

Περιεχόμενα

1	Αναλυτική γεωμετρία του επιπέδου	9
1.1	Γραμμές στο επίπεδο	9
1.1.1	Ευθεία	14
1.1.2	Β' βαθμίες καμπύλες (κωνικές τομές)	16
1.2	Γραμμές σε πολικές συντεταγμένες	23
1.2.1	Κωνικές τομές σε πολικές συντεταγμένες	28
1.3	Ασκήσεις	31
2	Μιγαδικοί αριθμοί	37
2.1	Βασικές έννοιες, πράξεις, συζυγής	37
2.2	Δευτεροβάθμια εξίσωση (τριώνυμο)	42
2.3	Πολυώνυμα	43
2.4	Μέτρο και όρισμα μιγαδικού	44
2.5	Εκθετική μορφή μιγαδικού	51
2.6	n-οστές ρίζες μιγαδικού	54
2.7	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	55
2.7.1	Σύνθεση αρμονικών ταλαντώσεων	55
2.7.2	Συμβολή αρμονικών κυμάτων	56
2.7.3	Ροή ηλεκτρομαγνητικής ισχύος	58
2.7.4	Ηλεκτρικά κυκλώματα	59
2.7.5	Φίλτρα συχνοτήτων	64
2.8	Ασκήσεις	67
3	Πίνακες και γραμμικά συστήματα	75
3.1	Η έννοια του πίνακα, ορισμοί	75
3.2	Ορίζουσες	80
3.2.1	Ιδιότητες οριζουσών	82
3.3	Βαθμός πίνακα	85
3.4	Γινόμενο πινάκων	87
3.5	Αντίστροφος πίνακα	90
3.6	Γραμμικά συστήματα	94
3.6.1	Λύση γραμμικών συστημάτων	96
3.6.2	Ομογενή συστήματα	101
3.6.3	Μέθοδος Gauss	102
3.6.4	Εύρεση αντιστρόφου πίνακα	108
3.7	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	109
3.7.1	Ηλεκτρικά κυκλώματα	109
3.7.2	Ανάλυση διθύρων κυκλωμάτων με πίνακες	116
3.7.3	Χημεία	120
3.8	Ασκήσεις	123

4	Διανύσματα και συντεταγμένες	137
4.1	Βασικές έννοιες	138
4.2	Συντεταγμένες	146
4.3	Εσωτερικό γινόμενο	151
4.3.1	Προβολή διανύσματος	154
4.4	Εξωτερικό, μικτό γινόμενο	155
4.5	Γενικευμένες συντεταγμένες	159
4.5.1	Κυλινδρικές συντεταγμένες	161
4.5.2	Σφαιρικές συντεταγμένες	165
4.6	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	172
4.7	Ασκήσεις	180
5	Γραμμές και επιφάνειες στο χώρο	185
5.1	Γραμμές στον τρισδιάστατο χώρο	185
5.1.1	Διανυσματική εξίσωση γραμμής	186
5.1.2	Καρτεσιανές εξισώσεις γραμμής	186
5.2	Ευθεία	188
5.3	Επιφάνειες στο χώρο	194
5.4	Επίπεδο	195
5.4.1	Σχετική θέση ευθείας και επιπέδου	203
5.4.2	Σχετική θέση δύο επιπέδων	204
5.4.3	Σχετική θέση τριών επιπέδων	206
5.5	Β' βαθμίες επιφάνειες	209
5.5.1	Σφαίρα	209
5.5.2	Κώνοι	210
5.5.3	Παραβολοειδή	211
5.5.4	Ελλειψοειδή	212
5.5.5	Υπερβολοειδή	212
5.5.6	Κύλινδροι	213
5.6	Ασκήσεις	215
6	Γραμμικές απεικονίσεις	221
6.1	Διανυσματικοί χώροι	221
6.1.1	Η έννοια του διανυσματικού χώρου	221
6.1.2	Γραμμική εξάρτηση	224
6.1.3	Βάση-διάσταση διανυσματικού χώρου	228
6.1.4	Διανυσματικοί υποχώροι	230
6.1.5	Άθροισμα διανυσματικών υποχώρων	234
6.1.6	Αλλαγή βάσης	238
6.2	Γραμμικές απεικονίσεις	239
6.2.1	Γραμμικές απεικονίσεις σε έναν διανυσματικό χώρο	240
6.2.2	Πίνακας γραμμικής απεικόνισης	241
6.2.3	Γενική περίπτωση	245
6.2.4	Άθροισμα και σύνθεση γραμμικών απεικονίσεων	247
6.2.5	Γραμμικές απεικονίσεις και αλλαγή βάσης	248
6.2.6	Γενική περίπτωση	250
6.2.7	Ένα προς ένα γραμμικές απεικονίσεις και αντίστροφη απεικόνιση	253
6.2.8	Εικόνα και πυρήνας γραμμικής απεικόνισης	255
6.2.9	Εικόνα διανυσματικού υποχώρου	260
6.3	Ιδιοτιμές - ιδιοδιανύσματα	261
6.4	Διαγωνιοποίηση γραμμικών απεικονίσεων	268
6.5	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	278
6.5.1	Μηχανική συνεχών μέσων	279

6.5.2	Τανυστής ροπής αδράνειας	281
6.6	Ασκήσεις	283
7	Συναρτήσεις και όρια	295
7.1	Συναρτήσεις	295
7.1.1	Σύνθεση συναρτήσεων	302
7.2	Υπερβολικές συναρτήσεις	302
7.3	Συμμετρίες και μετατοπίσεις γραφικών παραστάσεων	304
7.4	Μονοτονία, ακρότατα συνάρτησης	308
7.5	Συναρτήσεις ένα προς ένα, αντίστροφη συνάρτησης	311
7.5.1	Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις	315
7.5.2	Αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις	316
7.6	Όρια	317
7.6.1	Όριο στο x_0	317
7.6.2	Άπειρο όριο	321
7.6.3	Όριο στο άπειρο	324
7.7	Συνέχεια και θεωρήματα συνεχών συναρτήσεων	327
7.8	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	330
7.9	Ασκήσεις	332
8	Παράγωγοι	339
8.1	Η έννοια της παραγώγου και της εφαπτομένης	339
8.2	Παράγωγος συνάρτησης	342
8.2.1	Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων, κανόνες παραγώγισης	346
8.2.2	Παράγωγος σύνθετης συνάρτησης	348
8.2.3	Πεπλεγμένες συναρτήσεις	350
8.2.4	Παράγωγος αντίστροφης συνάρτησης	352
8.2.5	Παράγωγος συνάρτησης σε παραμετρική μορφή	355
8.2.6	Πολλαπλότητα ρίζας εξίσωσης	358
8.3	Εφαπτομένες και κάθετες γραμμής	359
8.4	Κανόνας του De L' Hospital	365
8.5	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	368
8.6	Ασκήσεις	369
9	Εφαρμογές παραγώγων	375
9.1	Μονοτονία και τοπικά ακρότατα	375
9.2	Σύνολο τιμών συνάρτησης	380
9.3	Καμπυλότητα, σημεία καμπής συνάρτησης	383
9.4	Ασύμπτωτες συνάρτησης	385
9.5	Σχεδιασμός γραφικής παράστασης συνάρτησης	387
9.6	Εφαρμογές ρυθμού μεταβολής	391
9.7	Προβλήματα μεγίστου-ελαχίστου	400
9.8	Διαφορικό συνάρτησης και σφάλματα	402
9.9	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	405
9.9.1	Μηχανική	405
9.9.2	Καμπυλόγραμμες κινήσεις	412
9.9.3	Σημεία ισορροπίας	418
9.9.4	Ηλεκτρομαγνητισμός	421
9.10	Ασκήσεις	424

10 Ολοκληρώματα	435
10.1 Αόριστο ολοκλήρωμα	435
10.1.1 Ολοκληρώματα ρητών συναρτήσεων	446
10.2 Ορισμένο ολοκλήρωμα	452
10.2.1 Υπολογισμός ορισμένου ολοκληρώματος	453
10.2.2 Ανισώσεις	461
10.2.3 Ορισμένο ολοκλήρωμα αντίστροφης συνάρτησης	462
10.2.4 Αναδρομικές σχέσεις	463
10.3 Μέση τιμή συνάρτησης	464
10.4 Η συνάρτηση ολοκλήρωμα	465
10.5 Γενικευμένα ολοκληρώματα	468
10.5.1 Φραγμένη συνάρτηση σε μη φραγμένο διάστημα	468
10.5.2 Μη φραγμένη συνάρτηση σε φραγμένο διάστημα	470
10.5.3 Μη φραγμένη συνάρτηση σε μη φραγμένο διάστημα	471
10.5.4 Κριτήρια σύγκλισης	472
10.6 Αριθμητική ολοκλήρωση	476
10.6.1 Κανόνας ορθογωνίου	476
10.6.2 Κανόνας τραπεζίου	477
10.6.3 Κανόνας Simpson	478
10.7 Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	480
10.8 Ασκήσεις	484
11 Εφαρμογές ολοκληρωμάτων	491
11.1 Εφαρμογές αορίστου ολοκληρώματος	491
11.2 Εμβαδά επίπεδων χωρίων	491
11.3 Γενικές εφαρμογές ορισμένου ολοκληρώματος	495
11.4 Όγκος στερεών εκ περιστροφής	500
11.5 Μήκος τόξου και εμβαδόν επιφάνειας	506
11.6 Εμβαδά χωρίων σε πολικές συντεταγμένες	513
11.7 Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	514
11.7.1 Κινηματική	517
11.7.2 Έργο δύναμης	519
11.7.3 Δυναμική ενέργεια	530
11.7.4 Κέντρο μάζας	532
11.7.5 Ροπή αδράνειας	541
11.7.6 Ηλεκτρισμός	553
11.7.7 Πιθανότητες	568
11.8 Ασκήσεις	571
12 Ακολουθίες, σειρές και δυναμοσειρές	583
12.1 Ακολουθίες	583
12.1.1 Σύγκλιση ακολουθίας	584
12.1.2 Κριτήρια σύγκλισης ακολουθιών	590
12.2 Σειρές	592
12.3 Σύγκλιση σειράς	594
12.3.1 Κριτήρια σύγκλισης σειρών με μη αρνητικούς όρους	595
12.3.2 Σειρές με εναλλασσόμενους όρους	600
12.4 Δυναμοσειρές	602
12.5 Σειρές Taylor, Maclaurin	604
12.6 Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	616
12.7 Ασκήσεις	618

13	Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	623
13.1	Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών	623
13.2	Όριο συνάρτησης και συνέχεια	624
13.3	Μερική παράγωγος	627
13.4	Διαφορικό συνάρτησης	630
13.5	Αναπτύγματα Taylor και Maclaurin	632
13.5.1	Γραμμική προσέγγιση συνάρτησης	634
13.6	Σύνθετες συναρτήσεις	636
13.7	Λαπλασιανή, Εσσιανή και Ιακωβιανή	638
13.8	Πεπλεγμένες συναρτήσεις	641
13.9	Τοπικά ακρότατα συνάρτησεων πολλών μεταβλητών	650
13.9.1	Τοπικά ακρότατα με περιορισμούς	653
13.9.2	Ακρότατα συνεχών συναρτήσεων σε κλειστό σύνολο	660
13.9.3	Προβλήματα βελτιστοποίησης	662
13.10	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	671
13.11	Ασκήσεις	672
14	Διανυσματικές συναρτήσεις	679
14.1	Διανυσματικές συναρτήσεις μίας μεταβλητής	679
14.2	Διανυσματική εξίσωση γραμμής	681
14.2.1	Διανυσματική εξίσωση ευθείας	683
14.2.2	Καμπυλότητα, στρέψη, συνοδεύον τρίεδρο	684
14.3	Διανυσματικές συναρτήσεις δύο μεταβλητών	687
14.4	Διανυσματική εξίσωση επιφάνειας	688
14.4.1	Διανυσματική εξίσωση επιπέδου	693
14.4.2	Εφαπτόμενο επίπεδο επιφάνειας	694
14.5	Διανυσματικές συναρτήσεις τριών μεταβλητών	696
14.5.1	Κλίση, Λαπλασιανή, απόκλιση, στροφή	696
14.5.2	Κλίση, Λαπλασιανή, απόκλιση, στροφή σε σφαιρικές και κυλινδρικές συντεταγμένες	710
14.6	Εφαρμογές για επιστήμονες και μηχανικούς	713
14.6.1	Εφαρμογές στη Μηχανική	713
14.6.2	Εφαρμογές στη μηχανική των ρευστών	733
14.6.3	Εφαρμογές στον ηλεκτρομαγνητισμό	736
14.7	Ασκήσεις	742
15	Εισαγωγή στο Matlab και εφαρμογές	749
	Απαντήσεις ασκήσεων	825
	Ευρετήριο	841