

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ

1.1. Γενικά

Οι οδοντωτοί τροχοί χρησιμοποιούνται σε πολύ μεγάλη κλίμακα για τη μετάδοση της κίνησης από ένα άξονα στον άλλο. Η μετάδοση αυτή πραγματοποιείται μέσω των οδόντων του ενός τροχού που εισέρχονται στα αντίστοιχα διάκενα του άλλου. Μεταφέρουν άμεσα από τις πιο μικρές ως τις πιο μεγάλες ισχείς και στροφές μεταξύ παραλληλων, τεμνόμενων και διασταυρούμενων στο χώρο (ασύμβατων) αξόνων*.

Πλεονεκτήματα των οδοντωτών τροχών θεωρούνται η μικρή απαιτούμενη συντήρηση, η μεγάλη ασφάλεια λειτουργίας και διάρκεια ζωής, η ακριβής σχέση μετάδοσης, ο μεγάλος βαθμός απόδοσης, η δυνατότητα υπερφόρτισης και ο μη κινότερος χώρος που καταλαμβάνουν έναντι των ιμάντων και αλυσίδων.

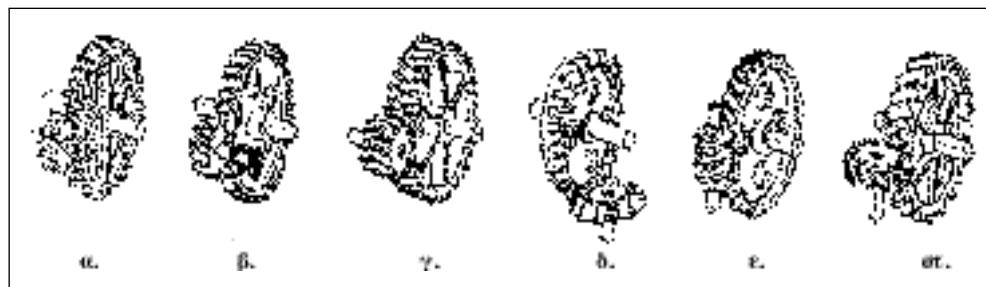
Μειονεκτήματα είναι το σχετικά μεγάλο κόστος κατασκευής, η θρονβώδης λειτουργία και η μη ελαστική μεταφορά των δυνάμεων.

Ανάλογα με τη θέση των αξόνων που συνδέουν, προκύπτουν οι παρακάτω βασικές μορφές μειωτήρων με οδοντωτούς τροχούς:

1. Μειωτήρες με μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες ευθείς ή παραλληλοί, κεκλιμένοι ή λοξοί και γωνιώδεις ή μορφής βέλους) που συνδέουν παραλληλους άξονες (σχήμα 1-1α έως γ). Σχέση μετάδοσης μιας βαθμίδας $i \leq 8$, ($i_{max} \approx 10$).

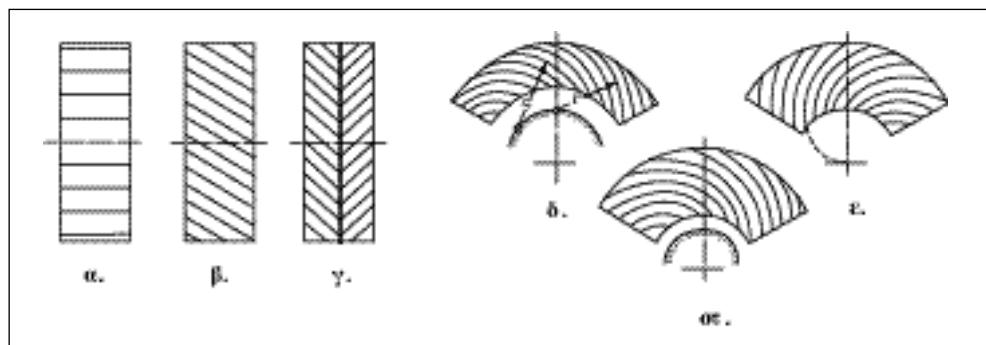
* Λόγω της ευρύτατης γενικά χρήσης του ο όρος «άξονας» ταυτίζεται στο παρόν βιβλίο με τον όρο «άτρακτος». Ο διαχωρισμός πρέπει να γίνει κατά περίπτωση από τον μελετητή.

2. Μειωτήρες με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες ευθείς, κεκλιμένοι, τοξωτοί, σπειροειδείς, εξειλιγμένης) που συνδέουν τεμνόμενους ή (στην περίπτωση μετατοπισμένων κωνικών τροχών) διασταυρούμενους άξονες (σχήμα 1-1δ). Σχέση μετάδοσης έως $i_{max} \approx 6$.
3. Μειωτήρες με ατέρμονα κοχλιά-τροχό για διασταυρούμενους άξονες (σχήμα 1-1ε). Σχέση μετάδοσης από $i_{min} \approx 5$ έως $i_{max} \approx 60$. Σε εξαιρετικές περιπτώσεις έως $i_{max} \approx 100$ και πλέον.
4. Μειωτήρες με κοχλιωτούς οδοντωτούς τροχούς (οδόντες κεκλιμένοι) για επίσης διασταυρούμενους άξονες. Αντίθετα όμως από τους μειωτήρες με ατέρμονα κοχλιά-τροχό είναι κατάλληλοι για μικρότερες μόνο ισχείς (σχήμα 1-1στ). Σχέση μετάδοσης $i_{max} \approx 5$.



Σχήμα 1-1. Βασικά είδη μειωτήρων. α. έως γ. με μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς, δ. με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς, ε. με ατέρμονα κοχλιά-τροχό, στ. με κοχλιωτούς οδοντωτούς τροχούς.

Ανάλογα με την πορεία της κατατομής του οδόντα διακρίνουμε οδόντες ευθείς, κεκλιμένοι, γωνιώδεις, τοξωτοί, σπειροειδείς και εξειλιγμένης (σχήμα 1-2α έως στ.).



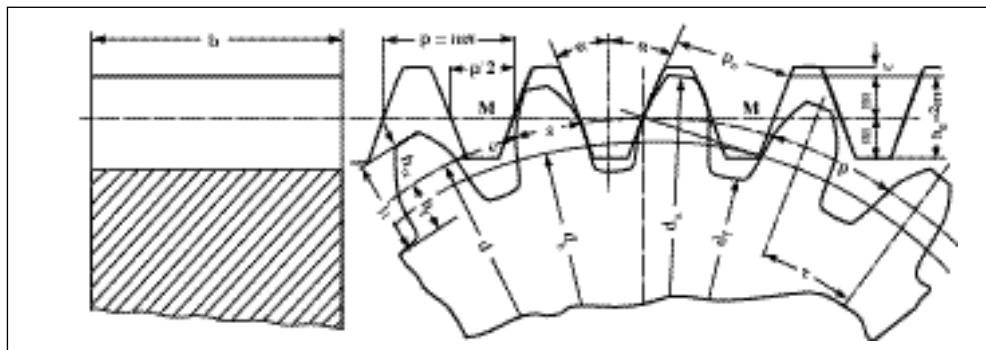
Σχήμα 1-2. Μορφές κατατομής του οδόντα. Οδόντες α. ευθείς, β. κεκλιμένοι (λοξοί), γ. γωνιώδεις, δ. τοξωτοί, ε. σπειροειδείς, στ. εξειλιγμένης (δ., ε. και στ. δίνουν τη μορφή οδόντωσης σε επίπεδο κωνικό τροχό, βλέπε σχήμα 1-78).

1.2. Χαρακτηριστικά μεγέθη των οδοντωτών τροχών

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών προέρχεται από δύο λείους κυλίνδρους που εφάπτονται και κυλίονται συνεχώς, ο δε κινητήριος μεταδίδει την κίνηση στον κινούμενο, με την τριβή, χωρίς ολίσθηση.

Εσοχές και εξοχές που υπάρχουν στην περιφέρεια των κυλίνδρων δημιουργούν τους οδόντες και η μεταξύ τους εμπλοκή μεταβιβάζει την κίνηση από τον ένα στον άλλο.

- **Διάμετρος αρχικού κύκλου ή κύκλου κύλισης d** (σχήμα 1-3) ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου κατά τον οποίο εφάπτεται ο ένας κυλινδρος πάνω στον άλλο. Είναι δε επίσης ο κύκλος που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του οδοντωτού τροχού δηλαδή ο κύκλος πάνω στον οποίο κυλίεται το κοπτικό εργαλείο (βλέπε παραγγ. 1.10.3).



Σχήμα 1-3. Βασικά μεγέθη οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες.

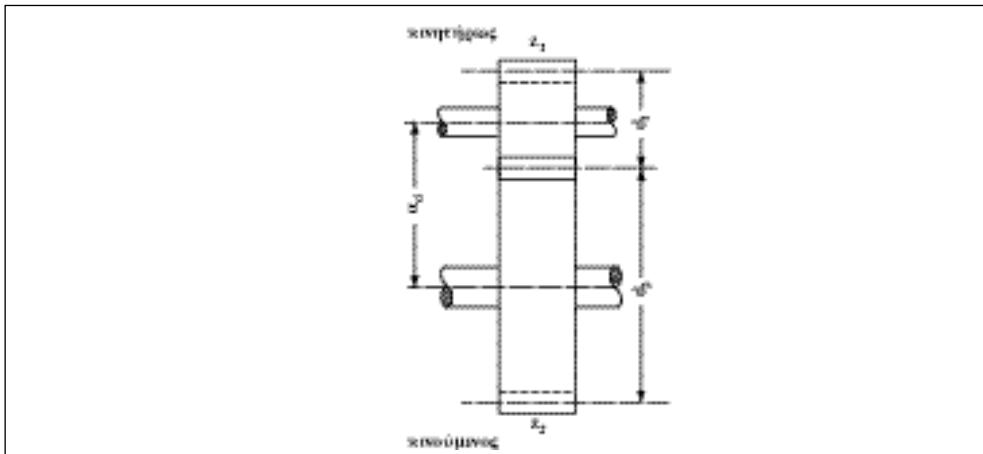
- **Σχέση μετάδοσης i** ονομάζεται ο λόγος των αριθμού των στροφών n_a (ή της γωνιακής ταχύτητας ω_a) του κινητήριου (πρώτου) τροχού προς τον αριθμό στροφών n_b (ή της γωνιακής ταχύτητας ω_b) του κινούμενου (τελευταίου) τροχού.

$$i = \frac{n_a}{n_b} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad (1.1a)$$

Για ένα μονοβάθμιο μειωτήρα (σχήμα 1-4) η σχέση μετάδοσης θα είναι

$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad (1.1b)$$

n_1, n_2 αριθμός στροφών του κινητηρίου και του κινούμενου τροχού

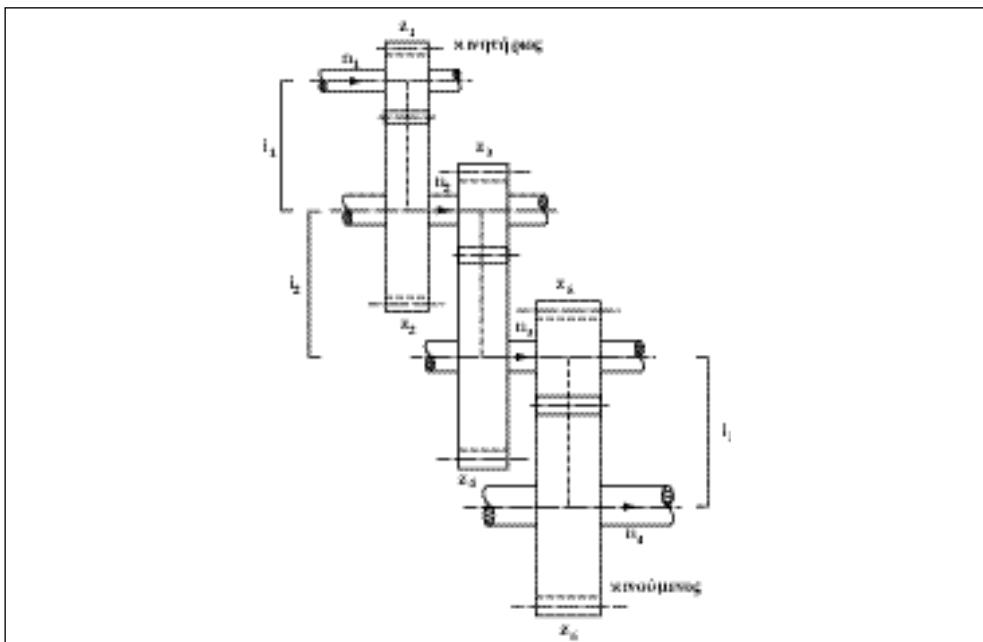


Σχήμα 1-4. Σχέση μετάδοσης σε ένα μονοβάθμιο μειωτήρα.

Για ένα μειωτήρα με πολλές βαθμίδες (σχήμα 1-5) η συνολική σχέση μετάδοσης θα είναι

$$i_{\text{ολ}} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \dots i_n \quad (1.2)$$

$i_1, i_2, i_3 \dots i_n$ οι σχέσεις μετάδοσης κάθε μιας βαθμίδας



Σχήμα 1-5. Σχέση μετάδοσης σε ένα πολυβάθμιο μειωτήρα.

Για να υπάρχει στους δύο κυλίνδρους που αναφέραμε συνεχής επαφή με κύλιση, χωρίς ολίσθηση, πρέπει οι περιφερειακές ταχύτητες στους αρχικούς κύκλους να είναι ίσες, επομένως

$$v_1 = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = v_2 = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \quad (1.3)$$

και

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = i \quad (1.4a)$$

Επειδή $d_2 = m \cdot z_2$ και $d_1 = m \cdot z_1$ (βλέπε σχέση 1.7) θα έχουμε ακόμα

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

Ο λόγος των αριθμού οδόντων $\frac{z_2}{z_1}$ χαρακτηρίζεται ιδιαίτερα με το γράμμα u , δηλαδή

$$\frac{z_2}{z_1} = u \geq 1 \quad (1.4b)$$

Θα έχουμε λοιπόν σχέση μετάδοσης για μείωση στροφών (πινιόν 1 κινητήριο) $i = u$ και σχέση μετάδοσης για αύξηση στροφών (τροχός 2 κινητήριος) $i = \frac{1}{u}$

v_1, v_2 περιφερειακή ταχύτητα των κινητηρίου και των κινούμενου τροχού

d_1, d_2 διάμετρος αρχικού κύκλου των κινητηρίου και των κινούμενου τροχού

z_1, z_2 αριθμός οδόντων των μικρού και των μεγάλου τροχού

- **Βήμα p** ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο οδόντων και μετράται σαν τόξο πάνω στον αρχικό κύκλο.

$$p = \frac{\pi d}{z} \quad \text{σε mm} \quad (1.5)$$

Στην Αμερική χρησιμοποιείται ο όρος “circular pitch” δηλαδή το βήμα εκφρασμένο σε ίντσες

$$CP = \frac{\pi d}{z} \quad (CP \text{ και } d \text{ σε ίντσες}) \quad (1.6)$$

- **Modul ή μέτρο m** ονομάζεται ο λόγος $\frac{p}{\pi}$ (ή το μήκος της αρχικής διαμέτρου που αντιστοιχεί σε ένα οδόντα)

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \quad \text{σε mm} \quad (1.7)$$

Για να περιοριστεί ο αριθμός των απαιτουμένων κοπτικών εργαλείων στη βιομηχανία, χρησιμοποιούνται τα τυποποιημένα modul που περιέχονται στον πίνακα 1-1.

Σειρά 1	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.16	0.20	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Σειρά 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

Πίνακας 1-1. Τιμές modul σε mm κατά DIN 780.

Στην Αμερική χρησιμοποιείται το “diametral pitch” δηλαδή ο αριθμός των οδόντων που αντιστοιχεί σε μία ίντσα μήκους της αρχικής διαμέτρου (μέγεθος αντίστροφο του m)

$$DP = \frac{1}{m} = \frac{z}{d} \quad (\text{m και d σε ίντσες}) \quad (1.8)$$

- **Υψος κεφαλής h_a** ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου κεφαλής. Λαμβάνεται ίσο με το modul

$$h_a = m \quad (1.9)$$

- **Υψος πόδα h_f** ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου πόδα. Λαμβάνεται ίσο με 1,167m ή 1,25m ανάλογα με το κοπτικό εργαλείο (βλέπε παράγρ. 1.6.2.1)

$$h_f = h_a + c = m + c = 1,167 \cdot m \quad (1.10a)$$

$$h_f = h_a + c = m + c = 1,25 \cdot m \quad (1.10b)$$

c είναι η χάρη κεφαλής, δηλαδή η χάρη ανάμεσα στους κύκλους κεφαλής και πόδα (σχήμα 1-3).

Λαμβάνεται ανάλογα με το κοπτικό εργαλείο $c = 0,167$ m ή συνηθέστερα $c = 0,25$ m.

- **Υψος οδόντα h** ονομάζεται το άθροισμα του ύψους κεφαλής και ύψους πόδα

$$h = h_a + h_f \quad (1.11)$$

- **Διάμετρος κύκλου κεφαλής d_a** ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εξωτερικά τους οδόντες

$$d_a = d + 2 \cdot h_a \quad (1.12)$$

- **Διάμετρος κύκλου πόδα d_f** ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εσωτερικά τους οδόντες

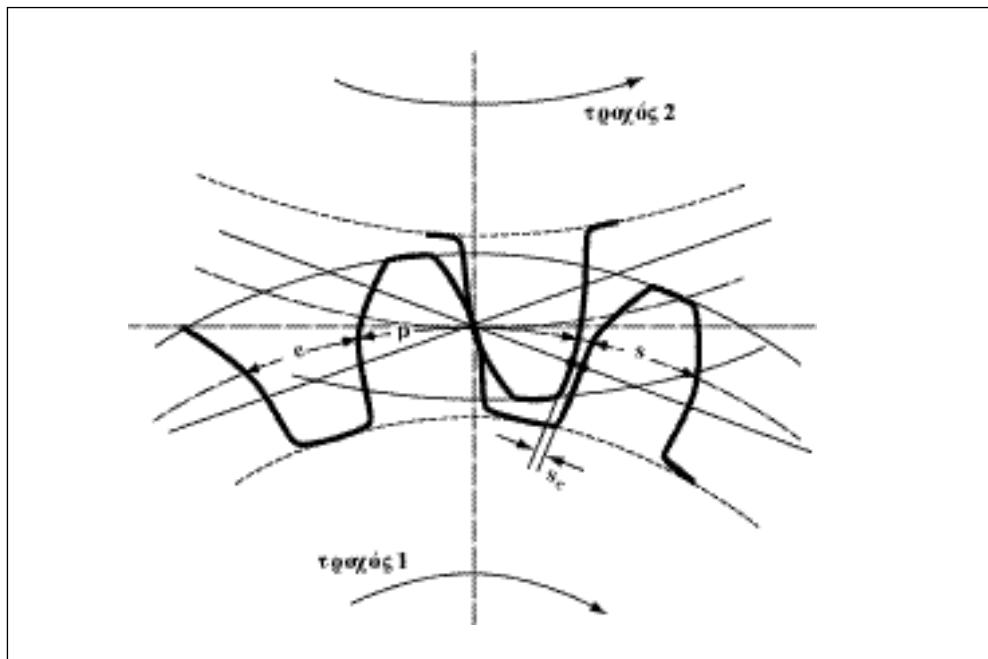
$$d_f = d - 2 \cdot h_f \quad (1.13)$$

- **Απόσταση αξόνων α_d** ονομάζεται το ημιάθροισμα των διαμέτρων των αρχικών κύκλων

$$\alpha_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \quad (1.14)$$

- **Πάχος οδόντων s** μετράται πάνω στον αρχικό κύκλο και είναι $s = p - e$ όπου e το διάκενο μεταξύ δύο οδόντων.

Θεωρητικά το πάχος s πρέπει να είναι ίσο με το διάκενο $e = p/2$. Για την αντιμετώπιση όμως ανακριβειών κατασκευής και τοποθέτησης, πιθανών θερμικών διαστολών και λίπανσης, είναι απαραίτητη μία χάρη κατατομής δηλαδή το διάκενο πρέπει να είναι λίγο μεγαλύτερο από το πάχος του οδόντα (σχήμα 1-6).



Σχήμα 1-6. Χάρη κατατομής των οδόντων.

Προσδιοριστική είναι η ελάχιστη απόσταση s_e μεταξύ των δύο κατατομών που μετράται πάνω στη γραμμή επαφών (βλέπε παράγρ. 1.4).

Το πάχος s και το διάκενο e εξαρτώνται από την κατεργασία των οδόντων και έχουν τα ακόλουθα μεγέθη:

$$\begin{array}{lll} \text{για ακατέργαστους οδόντες} & s = \frac{19}{40} p & e = \frac{21}{40} p \\ \text{για κατεργασμένους οδόντες} & s = \frac{39}{80} \text{ ή } \frac{79}{160} \text{ ή } \frac{1}{2} p & e = \frac{41}{80} \text{ ή } \frac{81}{160} \text{ ή } \frac{1}{2} p \end{array}$$

Στον επόμενο πίνακα 1-2 δίνονται συνοπτικά, χαρακτηριστικά μεγέθη των οδοντωτών τροχών (σχήμα 1-3).

d_a	διάμετρος κύκλου κεφαλής	$d_a = d + 2m$
d	διάμετρος αρχικού κύκλου	$d = m \cdot z$
d_f	διάμετρος κύκλου πόδα	$d_f = d - 2 \cdot 1,16m$
b	πλάτος οδόντα	-
p	βήμα	$p = \pi \frac{d}{z}$
s	πάχος οδόντων	$s = p - e$
e	διάκενο μεταξύ των οδόντων	-
h_a	ύψος κεφαλής	$h_a = m$
h_f	ύψος πόδα	$h_f = 1,16 m$
a_d	απόσταση αξόνων	$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$

Πίνακας 1-2. Χαρακτηριστικά μεγέθη οδοντωτών τροχών.

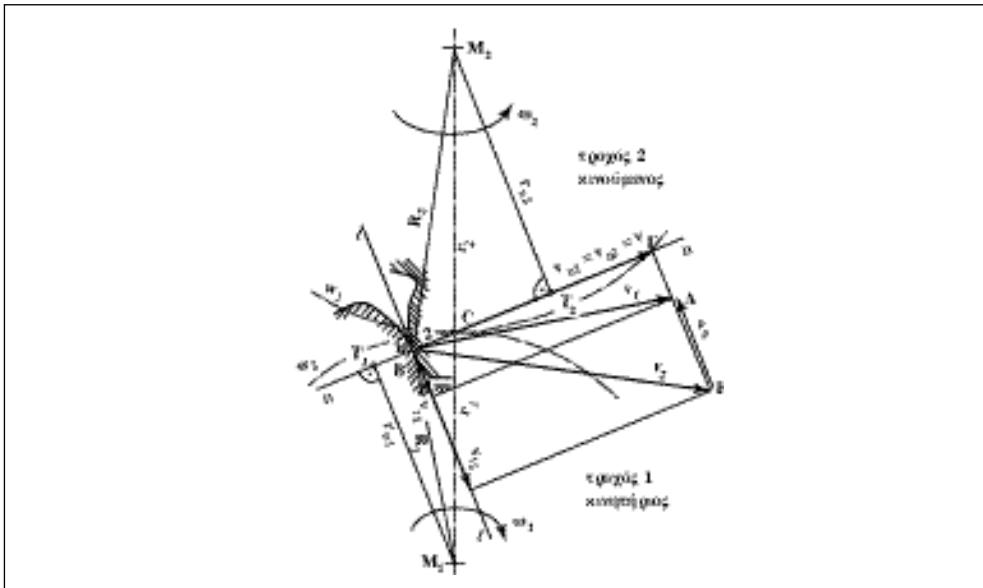
1.3. Βασικός νόμος της οδόντωσης

Προϋπόθεση για την κανονική (ομοιόμορφη) λειτουργία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών είναι μία σταθερή σχέση των γωνιακών ταχυτήτων του κινητηρίου και του κινούμενου τροχού, δηλαδή μία σταθερή σχέση μετάδοσης.

Ο βασικός νόμος της οδόντωσης λέει ότι:

Για να μεταφερθεί η κίνηση από τον ένα οδοντωτό τροχό στον συνεργαζόμενο ομοιόμορφα δηλαδή ο αρχικός κύκλος του ενός τροχού να κυλίεται χωρίς ολισθηση πάνω στον αρχικό κύκλο του συνεργαζόμενου, θα πρέπει η κάθετος στο εκάστοτε σημείο επαφής των δύο συνεργαζόμενων κατατομών να περνάει από το σημείο (κέντρο) κύλισης C.

Στο σημείο επαφής Β των συνεργαζόμενων κατατομών (σχήμα 1-7) φέρουμε την κοινή εφαπτομένη tBt και πάνω σε αυτή την κάθετο nBn που τέμνει τη διάκεντρο M_1M_2 στο σημείο C. Η μεταφορά της δύναμης από τον ένα οδόντα στον άλλο μπορεί να γίνει μόνο κατά μήκος της ευθείας nBn .



Σχήμα 1-7. Βασικός νόμος της οδόντωσης.

Οι γωνιακές ταχύτητες των τροχών “1” και “2” είναι αντίστοιχα ω_1 και ω_2 . Αν θεωρήσουμε το σημείο B σαν σημείο του τροχού “1”, τότε η περιφερειακή του ταχύτητα v_1 γύρω από το M_1 θα είναι

$$v_1 = \omega_1 \cdot M_1 B = \omega_1 R_1 \quad (1.15)$$

Το σημείο όμως B ανήκει συγχρόνως και στον τροχό “2”, οπότε η περιφερειακή του ταχύτητα γύρω από το M_2 θα είναι:

$$v_2 = \omega_2 \cdot M_2 B = \omega_2 R_2 \quad (1.16)$$

Για να υπάρχει συνεχής κύλιση των αρχικών κύκλων, πρέπει οι συνιστώσες v_{n1} και v_{n2} των v_1 και v_2 κατά τη διεύθυνση της κοινής καθέτου των κατατομών να είναι ίσες, δηλαδή

$$v_{n1} = v_{n2} = v$$

Διότι αν $v_{n1} < v_{n2}$ τότε η κατατομή του τροχού “1” θα απομακρυνόταν από την κατατομή του τροχού “2” και θα έπαινε η επαφή.