Κεφάλαιο 3

Οι νόμοι της τάσης και του ρεύματος

Έννοιες κλειδιά

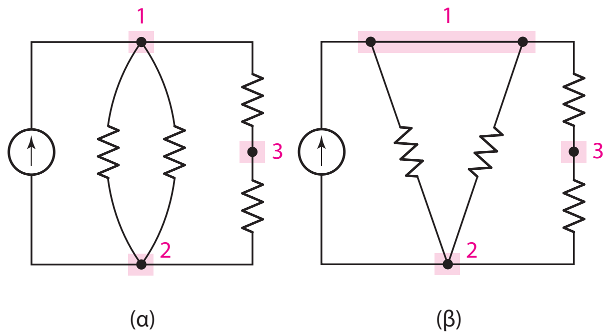
- Νέοι όροι κυκλωμάτων: *κόμβος*, *διαδρομή*, *βρόχος* και *κλάδος*.
- Ο νόμος ρευμάτων του Kirchhoff.
- Ο νόμος τάσεων του Kirchhoff.
- Ανάλυση των βασικών κυκλωμάτων που χαρακτηρίζονται από σύνδεση σε σειρά και παράλληλα.
- Συνδυασμός πηγών σε σειρά και παράλληλα.
- Απλοποίηση των συνδυασμών αντιστάσεων που συνδέονται σε σειρά και παράλληλα.
- Διαίρεση τάσης και έντασης.
- Συνδέσεις με γείωση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάσαμε τις εξαρτημένες και ανεξάρτητες πηγές τάσης και έντασης, τις αντίστοιχες εξαρτώμενες πηγές καθώς και τις αντιστάσεις. Διαπιστώσαμε πως οι εξαρτώμενες πηγές εμφανίζονται σε τέσσερις παραλλαγές και πως ελέγχονται με την βοήθεια μίας τάσης ή ενός ρεύματος που υπάρχει σε κάποιο άλλο σημείο του κυκλώματος. Από τη στιγμή που ορίζουμε την τάση στα άκρα μιας αντίστασης, γνωρίζουμε το ρεύμα που τη διαρρέει (και αντίστροφα)· ωστόσο, αυτό είναι κάτι που δεν ισχύει για τις πηγές. Μιλώντας γενικά, τα ηλεκτρικά κυκλώματα θα πρέπει να αναλυθούν έτσι ώστε να προσδιορίσουμε ένα πλήρες σύνολο από τάσεις και ρεύματα. Αυτή η διαδικασία αποδεικνύεται πως είναι αρκετά άμεση - σε εύλογο βαθμό - και για να την πραγματοποιήσουμε χρειαζόμαστε ακόμη δύο νόμους - εκτός από τον νόμο του Ohm. Αυτοί οι δύο νόμοι είναι ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff και ο νόμος των εντάσεων του Kirchhoff και δεν αποτελούν τίποτε άλλο από επαναδιατυπώσεις των αρχών διατήρησης του φορτίου και της ενέργειας αντίστοιχα. Αυτοί οι νόμοι εφαρμόζονται σε κάθε κύκλωμα που θα συναντήσουμε από τώρα και στο εξής, αν και στα επόμενα κεφάλαια θα έλθουμε σε επαφή με πιο αποτελεσματικές τεχνικές για συγκεκριμένους τύπους περιπτώσεων.

3.1 ΚΟΜΒΟΙ, ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ, ΒΡΟΧΟΙ ΚΑΙ ΚΛΑΔΟΙ

Στο σημείο αυτό θα εστιάσουμε την προσοχή μας στις συσχετίσεις τάσης - ρεύματος σε απλά δίκτυα που περιλαμβάνουν δύο ή περισσότερα στοιχεία κυκλώματος. Τα στοιχεία θα συνδεθούν μεταξύ τους με σύρματα (τα οποία πολλές φορές ονομάζονται "ακροδέκτες") και τα οποία χαρακτηρίζονται



ΣΧΗΜΑ 3.1: (α) Ένα κύκλωμα που περιέχει τρεις κόμβους και πέντε κλάδους. (β) Ο κόμβος 1 ανασχεδιασμένος έτσι ώστε να μοιάζει με δύο κόμβους· ωστόσο εξακολουθεί ακόμη να είναι ένας κόμβος.

από μηδενική αντίσταση. Επειδή το δίκτυο στην περίπτωση αυτή έχει την εικόνα ενός πλήθους απλών στοιχείων και ενός πλήθους ακροδεκτών σύνδεσης, ονομάζεται δίκτυο **συγκεντρωμένης παραμέτρου** (Σ.τ.μ ή συγκεντρωμένο κύκλωμα). Ένα πιο δύσκολο πρόβλημα ανάλυσης ανακύπτει όταν ερχόμαστε αντιμέτωποι με ένα δίκτυο **κατανεμημένης παραμέτρου** (Σ.τ.μ ή κατανεμημένο κύκλωμα) που περιέχει έναν άπειρο αριθμό στοιχείων απειροστού μεγέθους. Σε αυτό το βιβλίο θα επικεντρωθούμε μόνο στα συγκεντρωμένα κυκλώματα.

Ένα σημείο στο οποίο συνδέονται δύο ή περισσότερα στοιχεία ονομάζεται **κόμβος**. Για παράδειγμα, το Σχήμα 3.1α απεικονίζει ένα κύκλωμα που περιέχει τρεις κόμβους. Σε ορισμένες περιπτώσεις, τα δίκτυα σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε ένας απρόσεκτος φοιτητής να πέφτει εύκολα στην παγίδα να θεωρεί πως στο κύκλωμα υπάρχουν περισσότεροι κόμβοι από όσοι είναι στην πραγματικότητα. Αυτό συμβαίνει όταν ένας κόμβος, όπως είναι ο κόμβος 1 του Σχήματος 3.1α απεικονίζεται ως δύο ξεχωριστές επαφές οι οποίες συνδέονται με έναν αγωγό μηδενικής αντίστασης, όπως στο Σχήμα 3.1β. Ωστόσο, όλα όσα κάναμε ήταν απλά να επεκτείνουμε το κοινό σημείο κατά μήκος μιας γραμμής που χαρακτηρίζεται από μηδενική αντίσταση[1]. Κατά συνέπεια, θα πρέπει υποχρεωτικά να θεωρήσουμε όλους τους τέλεια αγώγιμους ακροδέκτες ή τμήματα ακροδεκτών που είναι προσαρτημένα σε έναν κόμβο, ως τμήματα του κόμβου. Σημειώστε επίσης, πως το κάθε στοιχείο κυκλώματος διαθέτει έναν κόμβο σε κάθε ένα από τα άκρα του.

Υποθέστε πως ξεκινάμε από έναν κόμβο σε ένα δίκτυο και μετακινούμαστε διαμέσου ενός απλού στοιχείου προς τον κόμβο που βρίσκεται στο άλλο άκρο του. Στη συνέχεια συνεχίζουμε από αυτόν τον κόμβο διαμέσου ενός διαφορετικού στοιχείου προς τον επόμενο κόμβο και αυτή η μετακίνηση συνεχίζεται μέχρι να περάσουμε από όσα στοιχεία κυκλώματος επιθυμούμε. Εάν κατά αυτή την πορεία κανένας κόμβος δεν διασχιστεί περισσότερες από μία φορές, τότε το σύνολο των κόμβων και των στοιχείων από τα οποία έχουμε διέλθει ορίζει μία **διαδρομή**. Εάν ο κόμβος από τον οποίο έχουμε ξεκινήσει είναι ο ίδιος με τον κόμβο στον οποίο έχουμε καταλήξει, τότε αυτή η διαδρομή αποτελεί εξ' ορισμού μία κλειστή διαδρομή ή ένα **βρόχο**.

Για παράδειγμα, στο Σχήμα 3.1α, εάν μετακινηθούμε από τον κόμβο 2 διαμέσου της πηγής ρεύματος προς τον κόμβο 1 και στη συνέχεια δια μέσου της επάνω δεξιά αντίστασης προς τον κόμβο 3, θα έχουμε ορίσει μία διαδρομή εντός του κυκλώματος· επειδή δε δεν συνεχίζουμε ώστε να επιστρέψουμε πίσω στον κόμβο 2, αυτή η διαδρομή δεν ορίζει ένα βρόχο. Εάν είχαμε προχωρήσει από τον κόμβο 2 δια μέσου της πηγής ρεύματος προς τον κόμβο 1, είχαμε κατέλθει διαμέσου της αριστερής αντίστασης πίσω στον κόμβο 2 και στην συνέχεια δια μέσου της κεντρικής αντίστασης επιστρέφαμε πίσω στον κόμβο 1, ξανά δεν θα είχαμε μια διαδρομή αφού θα είχαμε περάσει από έναν κόμβο (στην πραγματι-

[1]Στα κυκλώματα που συναρμολογούνται σε όλες τις πραγματικές εφαρμογές, τα σύρματα θα έχουν πάντοτε πεπερασμένη αντίσταση. Ωστόσο, αυτή η αντίσταση είναι συνήθως τόσο μικρή συγκρινόμενη με τις άλλες αντιστάσεις στο κύκλωμα, ώστε την αγνοούμε τελείως χωρίς αυτό να οδηγεί σε σημαντικά σφάλματα. Κατά συνέπεια, στο εξιδανικευμένο μας κύκλωμα, από τώρα και στο εξής θα αναφερόμαστε σε σύρματα "μηδενικής αντίστασης".

κότητα, από δύο κόμβους) περισσότερες από μία φορές, ενώ φυσικά δεν θα είχαμε ούτε βρόχο, αφού ένας βρόχος κυκλώματος είναι εξ' ορισμού μια διαδρομή.

Ένας άλλος όρος που η χρήση του θα αποδειχθεί ιδιαίτερα εξυπηρετική είναι ο κλάδος **κυκλώματος**. Ένας κλάδος ορίζεται ως μία απλή διαδρομή μέσα σε ένα δίκτυο που αποτελείται από ένα απλό στοιχείο και από έναν κόμβο σε κάθε ένα από τα άκρα αυτού του στοιχείου. Κατά συνέπεια, μία διαδρομή ορίζεται ως μία συλλογή από κλάδους κυκλώματος. Το κύκλωμα που απεικονίζεται στα Σχήματα 3.1α και 3.1β περιέχει πέντε τέτοιους κλάδους.

3.2 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΡΕΥΜΑΤΩΝ ΤΟΥ KIRCHHOFF

Στο σημείο αυτό είμαστε έτοιμοι να μελετήσουμε τον πρώτο από τους δύο νόμους που έλαβαν το όνομά τους από το όνομα του Gustav Robert Kirchhoff (προσέξτε πως στο επώνυμό του υπάρχουν δύο h και δύο f) έναν Γερμανό καθηγητή πανεπιστημίου που γεννήθηκε την ίδια περίπου περίοδο που ο Ohm διεξήγαγε τις πειραματικές του μελέτες. Αυτός ο νόμος που διατυπώθηκε υπό την μορφή αξιώματος είναι γνωστός ως νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff και απλά μας λέει ότι

Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται σε οποιοδήποτε κόμβο είναι ίσο με το μηδέν.

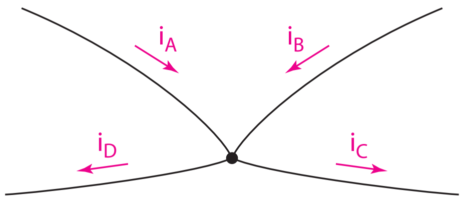
Αυτός ο νόμος δεν αποτελεί παρά μία μαθηματική διατύπωση του γεγονότος πως το ηλεκτρικό φορτίο είναι αδύνατον να συσσωρευθεί σε έναν κόμβο. Ένας κόμβος *δεν αποτελεί στοιχείο κυκλώματος* και κατά συνέπεια δεν μπορεί να αποθηκεύσει, να καταστρέψει ή να δημιουργήσει φορτίο. Επομένως, το άθροισμα των ρευμάτων θα πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν. Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι ιδιαίτερα χρήσιμο να καταφύγουμε σε ένα υδραυλικό ανάλογο: θεωρείστε για παράδειγμα τρεις σωλήνες νερού που συνδέονται μεταξύ τους έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα Y και ας ορίσουμε τρία "ρεύματα" τα οποία *εισέρχονται* σε κάθε έναν από αυτούς τους σωλήνες. Εάν επιμείνουμε πως το νερό ρέει αδιαλείπτως είναι προφανές πως δεν μπορούμε να έχουμε τρία θετικά ρεύματα, αφού στην περίπτωση αυτή ο σωλήνας θα εκραγεί. Αυτό δεν είναι παρά ένα αποτέλεσμα του γεγονότος πως τα ρεύματα έχουν ορισθεί ανεξάρτητα από την κατεύθυνση προς την οποία ρέει το νερό. Επομένως, η τιμή του ενός ή ακόμη και των δύο από τα παραπάνω ρεύματα με τον τρόπο που αυτά έχουν ορισθεί, θα πρέπει να είναι αρνητική.

Θεωρείστε τώρα τον κόμβο που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.2. Το αλγεβρικό άθροισμα των τεσσάρων ρευμάτων που εισέρχονται στον κόμβο, θα πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν. Θα είναι λοιπόν

$$i_A + i_B + (-i_C) + (-i_D) = 0$$

Ωστόσο, ο νόμος θα μπορούσε το ίδιο καλά να εφαρμοσθεί και στο αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που *εξέρχονται* από τον κόμβο - στην περίπτωση αυτή θα είχαμε

$$(-i_A) + (-i_B) + i_C + i_D = 0$$



ΣΧΗΜΑ 3.2: Παράδειγμα κόμβου για την επίδειξη της εφαρμογής του νόμου ρευμάτων του Kirchhoff.

Θα θέλαμε ίσως ακόμη να εξισώσουμε το άθροισμα των ρευμάτων με βέλη αναφοράς προς τον κόμβο με το άθροισμα των ρευμάτων με βέλη αναφοράς προς την αντίθετη κατεύθυνση - στην περίπτωση αυτή θα είχαμε

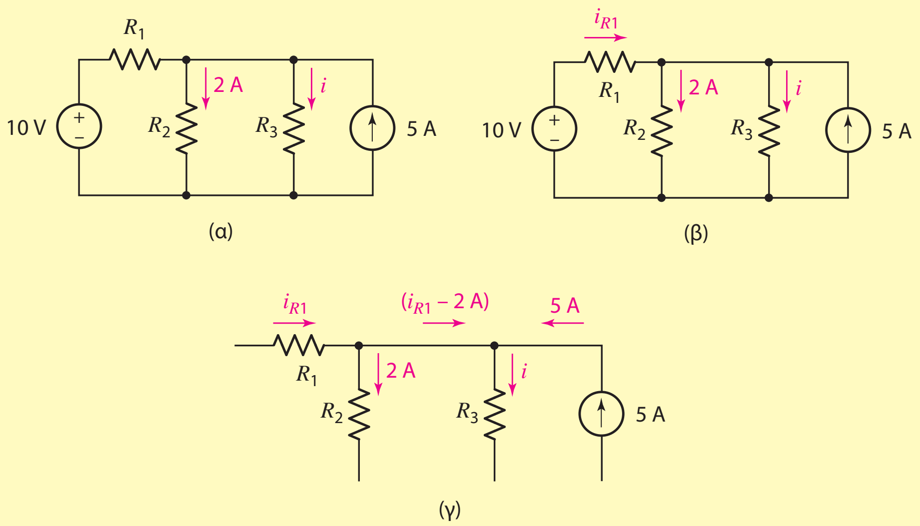
$$i_A + i_B = i_C + i_D = 0$$

εξίσωση, που απλά δηλώνει πως το άθροισμα των εισερχόμενων στον κόμβο ρευμάτων είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται από αυτόν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.1

Για το κύκλωμα του Σχήματος 3.3α να υπολογίσετε το ρεύμα διαμέσου της ωμικής αντίστασης R_3 εάν είναι γνωστό πως η πηγή τάσης προσφέρει ένα ρεύμα εντάσεως 3A.

- **Ταυτοποιούμε τον στόχο του προβλήματος**.
  Ο προσδιορισμός του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_3 και το οποίο στο κυκλωματικό διάγραμμα συμβολίζεται με i.
- **Συλλέγουμε την αναγκαία πληροφορία**.
  Ο κόμβος που βρίσκεται στο επάνω μέρος της αντίστασης R_3 συνδέεται σε τέσσερις κλάδους. Δύο από αυτά τα ρεύματα είναι γνωστά: ένα ρεύμα εντάσεως 2A εξέρχεται από τον κόμβο κινούμενο προς την αντίσταση R_2, ενώ ένα ρεύμα εντάσεως 5A κινείται προς τον κόμβο προερχόμενο από την πηγή ρεύματος. Γνωρίζουμε επίσης πως το ρεύμα που εξέρχεται από την πηγή τάσης των 10V έχει ένταση 3A.



ΣΧΗΜΑ 3.3: (α) Απλό κύκλωμα για το οποίο ζητείται το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_3, (β) το ρεύμα δια μέσου της αντίστασης R_1 επισημαίνεται στο σχήμα έτσι ώστε να μπορεί να γραφεί η εξίσωση του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff. (γ) για λόγους ευκρίνειας και σαφήνειας απεικονίζονται τα ρεύματα στον επάνω κόμβο της αντίστασης R_3.

- **Κατασκευάζουμε ένα σχέδιο επίλυσης**.
  Ορίζοντας μία ετικέτα για το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_1 (Σχήμα 3.3β) μπορούμε να γράψουμε μία εξίσωση ρευμάτων του Kirchhoff για τον επάνω κόμβο των αντιστάσεων R_2 και R_3.
- **Κατασκευάζουμε μία κατάλληλη ομάδα εξισώσεων**.
  Αθροίζοντας τα ρεύματα που εισέρχονται στον κόμβο έχουμε

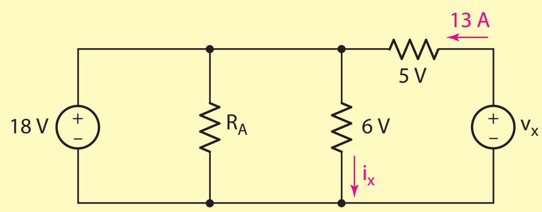
$$i_{R_1} - 2 - i + 5 = 0$$

Τα ρεύματα που εισέρχονται σε αυτόν τον κόμβο απεικονίζονται για λόγους σαφήνειας στο εκτεταμένο διάγραμμα του Σχήματος 3.3γ.

- **Ελέγχουμε εάν απαιτείται πρόσθετη πληροφορία.**
  Στο σημείο αυτό έχουμε μία εξίσωση η οποία όμως περιέχει δύο αγνώστους και επομένως θα πρέπει να κατασκευάσουμε ακόμη μία εξίσωση. Το γεγονός πως γνωρίζουμε ότι η πηγή των 10V προσφέρει ένα ρεύμα έντασης 3A είναι ιδιαίτερα χρήσιμο και ο νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff μας δείχνει πως αυτό το ρεύμα δεν είναι άλλο από το ρεύμα i_{R_1}.
- **Προσπαθούμε να κατασκευάσουμε μια λύση.**
  Αντικαθιστώντας, βρίσκουμε ότι $i = 3 - 2 + 5 = 6$A.
- **Επαληθεύουμε τη λύση. Έχει νόημα αυτή η λύση; Είναι η αναμενόμενη;**
  Σε κάθε περίπτωση αξίζει τον κόπο να επαληθεύσουμε την λύση που βρήκαμε. Επίσης, μπορούμε να προσπαθήσουμε να ελέγξουμε εάν τουλάχιστον το μέτρο της λύσης έχει λογική. Στην προκειμένη περίπτωση, έχουμε δύο πηγές, μία που προσφέρει ρεύμα εντάσεως 5A και μία που προσφέρει ρεύμα εντάσεως 3A. Αντίθετα, δεν υπάρχουν άλλες πηγές εξαρτημένες ή ανεξάρτητες. Κατά συνέπεια δεν αναμένουμε να βρούμε κάποιο ρεύμα σε αυτό το κύκλωμα που να υπερβαίνει τα 8A.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.1 Να μετρήσετε το πλήθος των κλάδων και των κόμβων στο κύκλωμα του Σχήματος 3.4. Εάν είναι $i_x = 3$A ενώ είναι γνωστό πως η πηγή των 18V διανέμει 8A ρεύματος, ποια είναι η τιμή της αντίστασης R_A; (Υπόδειξη: για την επίλυση της άσκησης θα χρειαστείτε τόσο τον νόμο του Ohm όσο και τον νόμο του Kirchhoff.



ΣΧΗΜΑ 3.4

Απαντήσεις: 5 κλάδοι, 3 κόμβοι, 1Ω.

Μία συμπαγής έκφραση για τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff είναι η

$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0 \qquad [1]$$

η οποία δεν είναι παρά μια συντομογραφική έκδοση της εξίσωσης

$$i_1 + i_2 + i_3 + \cdots + i_N = 0 \qquad [2]$$

Κάθε φορά που χρησιμοποιείται η Εξίσωση [1] ή η Εξίσωση [2] είναι κατανοητό πως τα βέλη των N ρευμάτων θα δείχνουν όλα είτε προς τον θεωρούμενο κόμβο είτε προς την αντίθετη κατεύθυνση.

3.3 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ ΤΟΥ KIRCHHOFF

Το ρεύμα σχετίζεται με το φορτίο που ρέει *διαμέσου* ενός στοιχείου κυκλώματος, ενώ η τάση αποτελεί ένα μέτρο της διαφοράς δυναμικής ενέργειας που αναπτύσσεται *στα άκρα* αυτού του στοιχείου. Στη θεωρία κυκλωμάτων, για κάθε τάση σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, υπάρχει μία απλή μοναδική τιμή. Κατά συνέπεια, η ενέργεια που απαιτείται για τη μεταφορά ενός μοναδιαίου φορτίου από ένα σημείο

A σε ένα σημείο B ενός κυκλώματος, θα πρέπει να έχει μία τιμή η οποία να είναι ανεξάρτητη από τη διαδρομή που θα επιλέξουμε για τη μεταφορά του φορτίου από το σημείο A στο σημείο B (συχνά υπάρχουν περισσότερες από μία τέτοιες διαδρομές). Αυτό το γεγονός πιστοποιείται δια μέσου του νόμου των τάσεων του Kirchhoff σύμφωνα με τον οποίο

Το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με το μηδέν.

Στο Σχήμα 3.5, εάν μεταφέρουμε φορτίο 1 C από το σημείο A στο σημείο B διαμέσου του στοιχείου 1, τα σημεία αναφοράς για την πολικότητα της τάσης v_1 μας δείχνουν πως παράγουμε v_1 J έργου[2]. Εάν αντίθετα επιλέξουμε να μεταφερθούμε από το σημείο A στο σημείο B δια μέσου του σημείου Γ, θα πρέπει να αναλώσουμε $(v_2 - v_3)$ joules ενέργειας. Ωστόσο, το έργο είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή μέσα σε ένα κύκλωμα και επομένως οποιαδήποτε διαδρομή και εάν ακολουθήσουμε θα πρέπει να λάβουμε την ίδια τιμή για την τάση. Με άλλα λόγια θα είναι

$$v_1 = v_2 - v_3 \qquad [3]$$

Αποδεικνύεται πως εάν ακολουθήσουμε βήμα προς βήμα μία κλειστή διαδρομή, το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων κατά μήκος των επιμέρους στοιχείων του κυκλώματος θα είναι πάντοτε ίσο με το μηδέν έτσι ώστε να μπορούμε να γράψουμε ότι

$$v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_N = 0$$

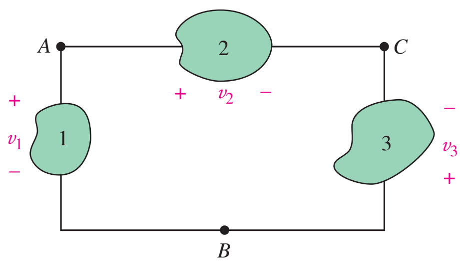
ή σε πιο συμπαγή γραφή,

$$\sum_{n=1}^{N} v_n = 0 \qquad [4]$$

Ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff μπορεί να εφαρμοσθεί σε ένα κύκλωμα με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Μία μέθοδος που οδηγεί σε λιγότερα σφάλματα όσον αφορά την κατασκευή των εξισώσεων σε σχέση με άλλες μεθόδους, συνίσταται στην νοητή μετακίνησή μας κατά μήκος της κλειστής διαδρομής κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και στην άμεση καταγραφή των τάσεων του κάθε στοιχείου από το οποίο διερχόμαστε συναντώντας πρώτα τον θετικό ακροδέκτη και στην καταγραφή της αρνητικής τιμής των τάσεων των στοιχείων τα οποία διασχίζουμε συναντώντας πρώτα τον αρνητικό ακροδέκτη. Η εφαρμογή αυτού του κανόνα στον απλό βρόχο του Σχήματος 3.5 θα μας δώσει

$$-v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

εξίσωση, που συμφωνεί με το προηγούμενο αποτέλεσμά μας - δείτε την Εξίσωση [3].



ΣΧΗΜΑ 3.5: Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία A και B είναι ανεξάρτητη της διαδρομής που επιλέγεται.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2

Για το κύκλωμα του Σχήματος 3.6 να προσδιορίσετε την τάση v_x και το ρεύμα i_x.

Παρατηρώντας το σχήμα διαπιστώνουμε πως γνωρίζουμε ήδη την τάση στα άκρα των δύο εκ των τριών στοιχείων του κυκλώματος και κατά συνέπεια μπορούμε να εφαρμόσουμε άμεσα τον κανόνα τάσεων του Kirchhoff για να υπολογίσουμε την τάση v_x.

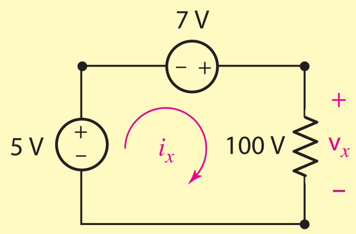
Ξεκινώντας από τον κάτω κόμβο της πηγής των 5 V, εφαρμόζουμε τον κανόνα των τάσεων κατά

[2]Σημειώστε, πως έχουμε επιλέξει φορτίο 1 C για λόγους απλότητας όσον αφορά τις αριθμητικές τιμές και κατά συνέπεια το έργο που παράγουμε είναι ίσο με (1 C)(v_1 J/C) = v_1 J έργου

την φορά των δεικτών του ρολογιού και κατά μήκος του βρόχου - θα είναι λοιπόν

$$-5 - 7 + v_x = 0$$

από όπου προκύπτει ότι $v_x = 12\text{V}$.



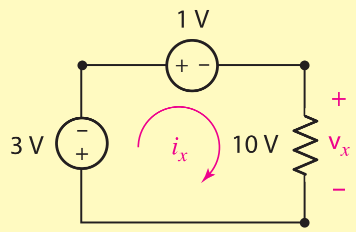
ΣΧΗΜΑ 3.6: Ένα απλό κύκλωμα με δύο πηγές τάσης και μία απλή ωμική αντίσταση.

Σημειώστε, πως σε αυτό το κύκλωμα μπορεί να εφαρμοσθεί και ο νόμος των εντάσεων του Kirchhoff, ο οποίος όμως απλά μας λέει πως όλα τα στοιχεία του κυκλώματος διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα i_x. Ωστόσο πλέον γνωρίζουμε την τάση στα άκρα της αντίστασης των 100Ω. Χρησιμοποιώντας λοιπόν τον νόμο του Ohm θα πάρουμε

$$i_x = \frac{v_x}{100} = \frac{12}{100}A = 120 \text{ mA}$$

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.2 Να προσδιορίσετε το ρεύμα i_x και την τάση v_x για το κύκλωμα του Σχήματος 3.7.



ΣΧΗΜΑ 3.7

Απαντήσεις: $v_x = -4$ V, $i_x = -400$ mA.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.3

Στο κύκλωμα του Σχήματος 3.8 υπάρχουν οκτώ στοιχεία κυκλώματος. Να προσδιορίσετε την τάση v_{R_2} (δηλαδή την τάση κατά μήκος της αντίστασης R_2) καθώς και την τάση v_x.

Η καλύτερη προσέγγιση όσον αφορά τον υπολογισμό της τάσης v_{R_2} είναι να αναζητήσουμε ένα βρόχο εντός του κυκλώματος στον οποίο να μπορούμε να εφαρμόσουμε τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff. Υπάρχουν πολλές επιλογές για αυτό, αλλά ο βρόχος που βρίσκεται τέρμα αριστερά, είναι ο πλέον κατάλληλος αφού περιλαμβάνει δύο τάσεις οι οποίες είναι καθορισμένες και γνωστές. Κατά συνέπεια, μπορούμε να βρούμε την τάση v_{R_2} κατασκευάζοντας μία εξίσωση για τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff έτσι όπως αυτός εφαρμόζεται κατά μήκος του παραπάνω βρόχου, ξεκινώντας από το σημείο c - θα είναι λοιπόν

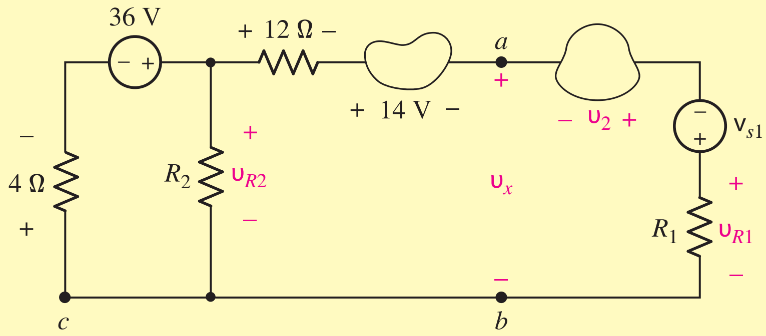
$$4 - 36 + v_{R_2} = 0$$

εξίσωση, που οδηγεί στην τιμή $\upsilon_{R_2} = 32$V.

Από την άλλη πλευρά, προκειμένου να υπολογίσουμε την τάση υ_x, μπορούμε να την θεωρήσουμε ως το (αλγεβρικό) άθροισμα των τάσεων κατά μήκος των τριών στοιχείων που υπάρχουν στο αριστερό μέρος του κυκλώματος. Ωστόσο, επειδή δεν γνωρίζουμε τις τιμές αυτών των ποσοτήτων, μία τέτοια προσέγγιση δεν θα μας οδηγούσε σε μία αριθμητική απάντηση. Για το λόγο αυτό, εκείνο που κάνουμε είναι να εφαρμόσουμε τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff ξεκινώντας από το σημείο c κινούμενοι προς τα πάνω και περνώντας διαδοχικά από το σημείο a, από το σημείο b, διαμέσου της τάσης υ_x και επιστρέφοντας στο c διαμέσου του αγώγιμου σύρματος[α΄]. Στην περίπτωση αυτή ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff θα μας δώσει

$$+4 - 36 + 12 + 14 + \upsilon_x = 0$$

από όπου τελικά παίρνουμε $$\upsilon_x = 6 \text{ V}$$



ΣΧΗΜΑ 3.8: Ένα κύκλωμα με οκτώ στοιχεία για το οποίο ζητούμε τις τιμές των υ_{R_2} και υ_X.

Μία εναλλακτική προσέγγιση: Γνωρίζοντας την τάση υ_{R_2}, θα μπορούσαμε να ακολουθήσουν τον πιο σύντομο δρόμο διαμέσου της αντίστασης R_2 - στην περίπτωση αυτή θα είχαμε

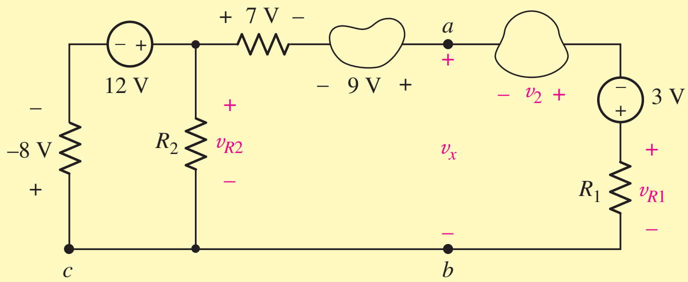
$$-32 + 12 + 14 + \upsilon_x = 0$$

από όπου θα παίρναμε και πάλι $\upsilon_x = 6$ V.

[α΄] Τα σημεία b και c καθώς και το σύρμα ανάμεσά τους, είναι όλα σημεία του ιδίου κόμβου.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.3 Για το κύκλωμα του Σχήματος 3.9 να προσδιορίσετε (α) την τάση υ_{R_2} και (β) την τάση υ_2 εάν είναι $\upsilon_{R_1} = 1$ V.



ΣΧΗΜΑ 3.9

Απαντήσεις: (α) 4 V, (β) −8 V.

Όπως μόλις έχετε διαπιστώσει, το κλειδί για την σωστή ανάλυση ενός κυκλώματος είναι αρχικά να περιγράψουμε μεθοδικά όλες τις τάσεις και τα ρεύματα του διαγράμματος. Με τον τρόπο αυτό, οι προσεκτικά γραμμένες εξισώσεις των νόμων τάσεων και ρευμάτων του Kirchhoff, θα οδηγήσουν στις σωστές συσχετίσεις, ενώ εάν υπάρχουν περισσότεροι άγνωστοι από τις εξισώσεις και πρέπει να κατασκευάσουμε και άλλες εξισώσεις, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για αυτό, τον νόμο του Ohm. Αυτές οι αρχές επιδεικνύονται με ένα πιο λεπτομερές παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.4

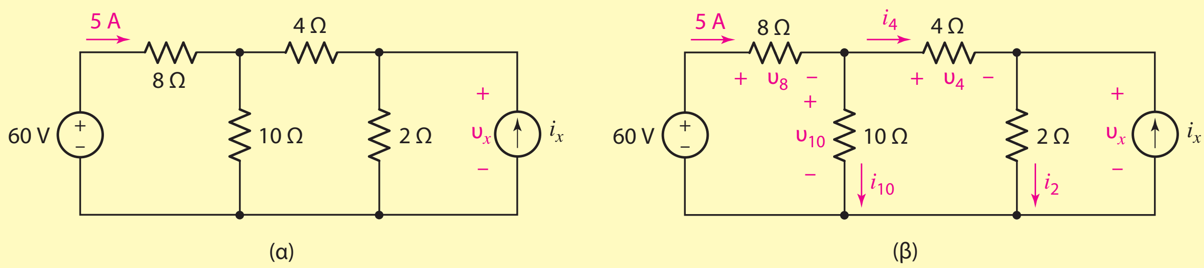
Να προσδιορίσετε την τάση υ_x στο κύκλωμα του Σχήματος 3.10α.

Ξεκινούμε την επίλυση του παραδείγματος τοποθετώντας τις κατάλληλες ετικέτες για τα ρεύματα και τις τάσεις σε όλα τα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος (δείτε το Σχήμα 3.10β). Σημειώστε, πως η τάση υ_x εμφανίζεται στα άκρα της αντίστασης των 2Ω καθώς επίσης και στα άκρα της πηγής που δημιουργεί το ρεύμα i_x.

Εάν καταφέρουμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση των 2Ω, μπορούμε ύστερα χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ohm να βρούμε την τάση υ_x. Γράφοντας την κατάλληλη εξίσωση που υπαγορεύεται από τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff, διαπιστώνουμε ότι

$$i_2 = i_4 + i_x$$

Δυστυχώς, δεν γνωρίζουμε τις τιμές για καμία από τις δύο αυτές ποσότητες. Η λύση μας (προσωρινά) έχει περιέλθει σε αδιέξοδο.



ΣΧΗΜΑ 3.10: (α) Ένα κύκλωμα για το οποίο ζητείται η τάση υ_x με τη βοήθεια του νόμου των τάσεων του Kirchhoff. (β) Κύκλωμα που περιέχει τις τιμές των τάσεων και των ρευμάτων.

Επειδή γνωρίζουμε το ρεύμα που προέρχεται από την πηγή των 60V, ίσως θα έπρεπε να θεωρήσουμε το ενδεχόμενο να ξεκινήσουμε από εκείνη την πλευρά του κυκλώματος. Αντί λοιπόν να προσδιορίσουμε το υ_x χρησιμοποιώντας το ρεύμα i_2, ίσως θα ήταν δυνατόν να προσδιορίσουμε άμεσα το υ_x χρησιμοποιώντας τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff. Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε δύο εξισώσεις που σχετίζονται με αυτόν τον νόμο, τις

$$-60 + \upsilon_8 + \upsilon_{10} = 0$$

και

$$-\upsilon_{10} + \upsilon_4 + \upsilon_x = 0 \qquad [5]$$

Αυτό το συμπέρασμα συνιστά σαφώς μία πρόοδο: πλέον έχουμε στην διάθεσή μας δύο εξισώσεις με τέσσερις αγνώστους που είναι μία βελτίωση έναντι της προηγούμενης κατάστασης, όπου είχαμε μία μόνο εξίσωση με *όλες* τις ποσότητες άγνωστες. Στην πραγματικότητα, χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ohm, γνωρίζουμε ότι $v_s = 40\text{V}$, αφού η αντίσταση των 8Ω διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως 5A. Θα είναι λοιπόν $v_{10} = 0 + 60 - 40 = 20\text{V}$, και η Εξίσωση [5] γίνεται

$$v_x = 20 - v_4$$

Εάν λοιπόν καταφέρουμε να υπολογίσουμε την τάση v_4, το πρόβλημά μας έχει λυθεί.

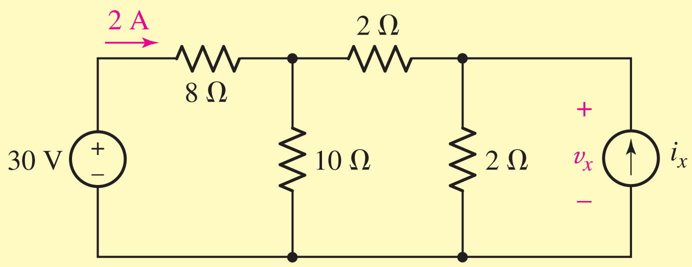
Ο καλύτερος τρόπος για να βρούμε μία αριθμητική τιμή για την τάση v_4 στην περίπτωση αυτή, είναι να χρησιμοποιήσουμε τον νόμο του Ohm και κατά συνέπεια χρειαζόμαστε την τιμή του ρεύματος i_4. Από τον νόμο των ρευμάτων του Kirchhoff διαπιστώνουμε ότι

$$i4 = 5 - i_{10} = 5 - \frac{v_{10}}{10} = 5 - \frac{20}{10} = 3$$

Θα είναι λοιπόν $v_4 = (4)(3) = 12\text{V}$ και επομένως $v_x = 20 - 12 = 8\text{V}$.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.4 Για το κύκλωμα του Σχήματος 3.11 να προσδιορίσετε την τάση v_x.



ΣΧΗΜΑ 3.11

Απάντηση: (α) $v_x = 12.8$ V.

3.4 ΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΑΠΛΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Έχουμε δει πως η επανειλημμένη χρήση των νόμων τάσεων και ρευμάτων του Kirchhoff σε συνδυασμό με τον νόμο του Ohm, βρίσκει εφαρμογή σε πολύπλοκα κυκλώματα που περιέχουν αρκετούς βρόχους καθώς και ένα πλήθος διαφορετικών στοιχείων. Πριν προχωρήσουμε περαιτέρω, είναι μία καλή στιγμή να εστιάσουμε στην έννοια των σειριακών (και στην επόμενη ενότητα, των παράλληλων) κυκλωμάτων καθώς αυτά αποτελούν τη βάση για οποιοδήποτε κύκλωμα θελήσουμε να κατασκευάσουμε στο μέλλον.

Όταν όλα τα στοιχεία ενός κυκλώματος διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, τότε θα λέμε πως αυτά είναι συνδεδεμένα **εν σειρά**. Ως παράδειγμα, θεωρείστε το κύκλωμα του Σχήματος 3.10. Η πηγή των 60V είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την ωμική αντίσταση των 8Ω· αυτά τα δύο στοιχεία, μεταφέρουν το ίδιο ηλεκτρικό ρεύμα εντάσεως 5A. Ωστόσο, η αντίσταση των 8Ω δεν είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την αντίσταση των 4Ω· αυτές διαρρέονται από διαφορετικά ρεύματα. Σημειώστε, πως τα στοιχεία μπορεί να διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα αλλά παρόλα αυτά να μην είναι συνδεδεμένα σε σειρά· δύο ηλεκτρικοί λαμπτήρες των 100W που βρίσκονται σε δύο διαφορετικά σπίτια, μπορεί κάλλιστα να διαρρέονται από ίσες ποσότητες ρεύματος, αλλά προφανώς δεν μεταφέρουν το ίδιο ρεύμα και *δεν συνδέονται* σε σειρά.

Το Σχήμα 3.12α απεικονίζει ένα απλό κύκλωμα που αποτελείται από δύο μπαταρίες και δύο αντιστάσεις. Ο κάθε ακροδέκτης, τα καλώδια σύνδεσης και οι σταγόνες της κόλλησης που κρατούν τα σύρματα ενωμένα υποτίθεται πως διαθέτουν μηδενική αντίσταση και όλα μαζί συνιστούν έναν κόμβο του κυκλωματικού διαγράμματος που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.12β. Αμφότερες οι μπαταρίες μοντελοποιούνται από ιδανικές πηγές τάσης και η οποιαδήποτε εσωτερική αντίσταση που ενδεχομένως διαθέτουν θεωρείται αρκετά μικρή έτσι ώστε να αγνοηθεί τελείως. Οι δύο αντιστάσεις υποτίθεται πως είναι ιδανικές (γραμμικές) αντιστάσεις.

Ζητούμε το ρεύμα που διαρρέει το κάθε στοιχείο, την τάση στα άκρα του κάθε στοιχείου και την ισχύ που *απορροφάται* από το κάθε στοιχείο. Το πρώτο μας βήμα στην ανάλυση του κυκλώματος, είναι η υπόθεση που θα κάνουμε όσον αφορά τις διευθύνσεις αναφοράς για τα άγνωστα ρεύματα. Ας επιλέξουμε, εντελώς αυθαίρετα, ένα ρεύμα i που κινείται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού και το οποίο εξέρχεται από τον επάνω ακροδέκτη της πηγής τάσης που βρίσκεται στα αριστερά. Αυτή η επιλογή καταδεικνύεται από το βέλος που συνοδεύεται από την ετικέτα i στο σημείο του κυκλώματος που επισημαίνεται στο Σχήμα 3.12γ. Μία απλή εφαρμογή του νόμου των ρευμάτων του Kirchhoff, διασφαλίζει πως αυτό το ίδιο ρεύμα θα πρέπει επίσης να διαρρέει και κάθε άλλο στοιχείο αυτού του κυκλώματος. Αυτό το γεγονός επισημαίνεται τοποθετώντας πολλά άλλα ίδια σύμβολα ρεύματος σε αρκετά σημεία του κυκλώματος.

Το δεύτερο βήμα στην ανάλυσή μας είναι η επιλογή μιας τάσης αναφοράς για κάθε μία από τις δύο ωμικές αντιστάσεις. Η παθητική συνθήκη πρόσημου απαιτεί τον ορισμό των μεταβλητών τάσης και έντασης της αντίστασης με τέτοιο τρόπο ώστε το ρεύμα να εισέρχεται στον ακροδέκτη που σχετίζεται με την θετική αναφορά τάσης. Επειδή ήδη έχουμε επιλέξει (με αυθαίρετο τρόπο) την διεύθυνση του ρεύματος, οι τάσεις υ_{R_1} και υ_{R_2} ορίζονται με τον τρόπο που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.12γ.

Το τρίτο βήμα της ανάλυσης, είναι η εφαρμογή του νόμου τάσεων του Kirchhoff στην μία και μοναδική κλειστή διαδρομή του κυκλώματος. Ας αποφασίσουμε να μετακινηθούμε κατά μήκος του κυκλώματος κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού, ξεκινώντας από την κάτω αριστερή γωνία και να καταγράψουμε την τιμή που βλέπουμε για κάθε τάση για την οποία ο ακροδέκτης που συναντούμε πρώτος είναι αυτός με την θετική αναφορά, ή την αρνητική της τιμής που βλέπουμε, εάν για κάποια τάση συναντήσουμε πρώτα τον ακροδέκτη που σχετίζεται με την αρνητική τιμή αναφοράς. Θα είναι λοιπόν

$$-\upsilon_{s_1} + \upsilon_{R_1} + \upsilon_{s_2} + \upsilon_{R_2} = 0 \qquad [6]$$

Στη συνέχεια, εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm στα δύο στοιχεία αντίστασης κατασκευάζοντας τις εξισώσεις

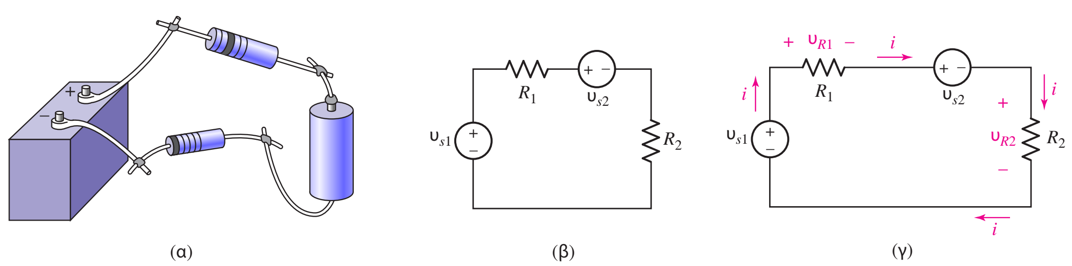
$$\upsilon_{R_1} = R_1 i \quad \text{και} \quad \upsilon_{R_2} = R_2 i$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις εκφράσεις στην Εξίσωση [6] θα πάρουμε

$$-\upsilon_{s_1} + R_1 i + \upsilon_{s_2} + R_2 i = 0$$

Επειδή το ρεύμα i είναι ο μόνος άγνωστος, βρίσκουμε ότι

$$i = \frac{\upsilon_{s_1} - \upsilon_{s_2}}{R_1 + R_2}$$



ΣΧΗΜΑ 3.12: (α) Ένα κύκλωμα απλού βρόχου με τέσσερα στοιχεία. (β) Το μοντέλο του κυκλώματος με δοθείσες τιμές αντιστάσεων και πηγών τάσης. (γ) Στο κύκλωμα έχουν προστεθεί τα πρόσημα αναφοράς των τάσεων και των ρευμάτων.

Η τάση ή η ισχύς που σχετίζεται με το κάθε στοιχείο, μπορεί τώρα να υπολογιστεί από τις σχέσεις $v = Ri$, $p = vi$ ή $p = i^2R$.

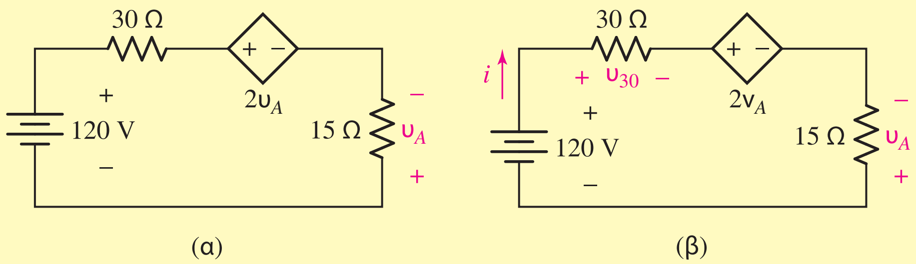
ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.5 Στο κύκλωμα του Σχήματος 3.12β, είναι $v_{s_1} = 120$ V, $v_{s_2} = 30$ V, $R_1 = 30\Omega$ και $R_2 = 15\Omega$. Να υπολογίσετε την ισχύ που απορροφάται από το κάθε στοιχείο.

Απαντήσεις: $P_{120\text{V}} = -240$ W, $P_{30\text{V}} = +60$ W, $P_{30\ \Omega} = 120$ W, $P_{15\ \Omega} = 60$ W.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5

Να υπολογίσετε την ισχύ που απορροφάται από το κάθε στοιχείο του κυκλώματος που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.13α.



ΣΧΗΜΑ 3.13: (α) Ένα κύκλωμα απλού βρόχου που περιέχει μία εξαρτημένη πηγή. (β) Στο κύκλωμα έχουν εκχωρηθεί το ρεύμα i και η τάση v_{30}.

Αρχικά θα πρέπει να εκχωρήσουμε μία διεύθυνση αναφοράς για το ρεύμα i καθώς και μία πολικότητα αναφοράς για την τάση v_{30} όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.13β. Δεν υπάρχει ανάγκη να εκχωρήσουμε μία τάση στην αντίσταση των 15Ω, αφού η τάση ελέγχου v_A για την εξαρτημένη πηγή, είναι ήδη διαθέσιμη (ωστόσο, αξίζει να επισημάνουμε, πως τα πρόσημα αναφοράς για την τάση v_A είναι τα αντεστραμμένα εκείνων που έχουμε εκχωρήσει σύμφωνα με την παθητική συνθήκη πρόσημου).

Αυτό το κύκλωμα περιέχει μία εξαρτημένη πηγή τάσης η τιμή της οποίας παραμένει άγνωστη μέχρι τον προσδιορισμό της τάσης v_A. Ωστόσο, η αλγεβρική της τιμή, που είναι η $2v_A$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τον ίδιο τρόπο που θα χρησιμοποιούνταν η αριθμητική της τιμή, εάν ήταν διαθέσιμη. Εφαρμόζοντας λοιπόν τον νόμο τάσεων του Kirchhoff κατά μήκος του βρόχου, έχουμε

$$-120 + v_{30} + 2v_A - v_A = 0 \qquad [7]$$

Καταφεύγοντας στο νόμο του Ohm για να χρησιμοποιήσουμε τις γνωστές τιμές των αντιστάσεων, έχουμε

$$v_{30} = 30i \quad \text{και} \quad v_A = -15_2 i$$

Σημειώστε, πως το αρνητικό πρόσημο στην έκφραση του v_A απαιτείται επειδή το ρεύμα i εισέρχεται στον αρνητικό ακροδέκτη του v_A.

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην Εξίσωση [7] θα λάβουμε

$$-120 + 30i - 30i + 15i = 0$$

από όπου βρίσκουμε ότι

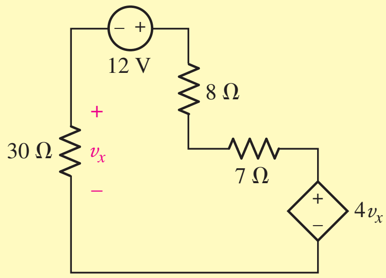
$$i = 8 \text{ A}$$

Τέλος, υπολογίζοντας την ισχύ που *απορροφάται* από το κάθε στοιχείο, βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} p_{120\text{V}} &= (120)(-8) &&= -960 \text{ W} \\ p_{30\ \Omega} &= (8)^2(30) &&= 1920 \text{ W} \\ p_{\text{εξαρτ.}} &= (2v_A)(8) &&= = 2[(-15)8](8) = -1920 \text{ W} \\ p_{15\ \Omega} &= (8)^2(15) &&= 960 \text{ W} \end{aligned}$$

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.6 Στο κύκλωμα του Σχήματος 3.14, να προσδιορίσετε την ισχύ που απορροφάται από το κάθε ένα από τα πέντε στοιχεία του κυκλώματος.



ΣΧΗΜΑ 3.14

Απαντήσεις: (από αριστερά προς τα δεξιά) 0.768 W, 1.92 W, 0.2048 W, 0.1792 W, −3.072 W.

Στο προηγούμενο παράδειγμα καθώς και στο πρόβλημα πρακτικής εξάσκησης, μας ζητήθηκε να υπολογίσουμε την ισχύ που απορροφάται από κάθε στοιχείο του κυκλώματος. Ωστόσο, είναι δύσκολο να φανταστούμε μία κατάσταση στην οποία *όλες* οι απορροφώμενες ποσότητες ισχύος από όλα τα στοιχεία να έχουν θετική τιμή, για τον απλό λόγο πως η ενέργεια θα πρέπει να προέρχεται από κάπου. Κατά συνέπεια, από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, αναμένουμε **πως το άθροισμα της απορροφούμενης ισχύος από το κάθε στοιχείο του κυκλώματος θα είναι ίσο με το μηδέν**. Με άλλα λόγια, τουλάχιστον μία από τις ποσότητες θα πρέπει να είναι αρνητική (αγνοώντας φυσικά την τετριμμένη περίπτωση όπου το κύκλωμα δεν λειτουργεί). Διατυπωμένο διαφορετικά, το άθροισμα της προσφερόμενης ισχύος σε κάθε στοιχείο του κυκλώματος θα πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν. Σε μία ακόμη διατύπωση που φαίνεται πιο ρεαλιστική, το άθροισμα της απορροφούμενης ισχύος ισούται με το άθροισμα της προσφερόμενης ή παραγόμενης ισχύος, δήλωση που φαίνεται πως αντικατοπτρίζει πλήρως την πραγματικότητα.

Ας ελέγξουμε την ισχύ αυτής της πρότασης χρησιμοποιώντας το κύκλωμα του Σχήματος 3.13 του Παραδείγματος 3.5, το οποίο αποτελείται από δύο πηγές (μία εξαρτημένη και μία ανεξάρτητη) και δύο αντιστάσεις. Προσθέτοντας την ισχύ που απορροφάται από το κάθε στοιχείο, βρίσκουμε

$$\sum_{\text{για όλα τα στοιχεία}} p_{\text{απορροφούμενη}} = -960 + 1920 - 1920 + 960 = 0$$

Στην πραγματικότητα (η ένδειξη που χρησιμοποιούμε είναι το πρόσημο που σχετίζεται με την απορροφούμενη ισχύ) η πηγή των 120V *προσφέρει* ισχύ +960 W ενώ η εξαρτώμενη πηγή προσφέρει ισχύ +1920 W. Κατά συνέπεια, οι πηγές προσφέρουν συνολική ποσότητα ισχύος ίση με 960 + 1920 = 2880 W. Από την άλλη πλευρά, οι αντιστάσεις αναμένεται αμφότερες να απορροφήσουν θετική ισχύ, με το συνολικό άθροισμα της απορροφούμενης ισχύος να είναι ξανά $960 + 1920 = 2880$ W. Κατά συνέπεια, εάν λάβουμε υπ' όψιν όλα τα στοιχεία του κυκλώματος, θα έχουμε

$$\sum p_{\text{απορροφούμενη}} = \sum p_{\text{προσφερόμενη}}$$

όπως άλλωστε αναμέναμε.

Στρέφοντας την προσοχή μας στο Πρόβλημα πρακτικής εξάσκησης 3.6, την λύση του οποίου ο αναγνώστης ίσως θα ήθελε να επαληθεύσει, διαπιστώνουμε πως το άθροισμα των απορροφούμενων τιμών ισχύος είναι ίσο με $0.768 + 1.92 + 0.2048 + 0.1792 - 3.072 = 0$. Είναι αρκετά ενδιαφέρον το ότι η ανεξάρτητη πηγή των 12V απορροφά ισχύ +1.92 W, κάτι που σημαίνει ότι αυτή η ισχύς *αναλώνεται* και δεν προσφέρεται. Αντίθετα, η εξαρτώμενη πηγή τάσης φαίνεται να προσφέρει όλη την ισχύ σε αυτό το συγκεκριμένο κύκλωμα. Είναι δυνατόν να συμβεί κάτι τέτοιο; Συνήθως αναμένουμε από μία πηγή να προσφέρει θετική ισχύ, αλλά επειδή στα κυκλώματά μας χρησιμοποιούμε ιδανικές πηγές, είναι στην πραγματικότητα δυνατό να έχουμε εισροή σε μία πηγή καθαρής ροής ισχύος. Εάν το κύκλωμα μεταβληθεί με κάποιο τρόπο, αυτή η ίδια πηγή μπορεί να βρεθεί να προσφέρει θετική ισχύ. Το αποτέλεσμα δεν είναι γνωστό μέχρι να ολοκληρωθεί η ανάλυση του κυκλώματος.

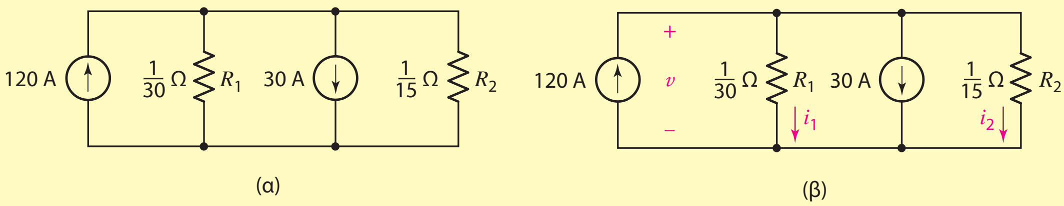
3.5 ΤΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΑΠΛΟΥ ΖΕΥΓΟΥΣ ΚΟΜΒΩΝ

Το έτερον ήμισυ του κυκλώματος απλού βρόχου που παρουσιάστηκε στην Ενότητα 3.4, είναι το κύκλωμα απλού ζεύγους κόμβων στο οποίο ένας οποιοσδήποτε αριθμός από απλά στοιχεία συνδέονται ανάμεσα στο ίδιο ζεύγος κόμβων. Ένα παράδειγμα τέτοιου κυκλώματος παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.15α. Η εφαρμογή του νόμου των τάσεων του Kirchhoff μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως η τάση στα άκρα του κάθε κλάδου είναι η ίδια με την τάση που αναπτύσσεται στα άκρα όλων των υπόλοιπων κλάδων. *Τα στοιχεία σε ένα κύκλωμα που χαρακτηρίζονται από κοινή διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα άκρα τους, λέμε ότι συνδέονται* ***παράλληλα***.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.6

Να προσδιορίσετε το ρεύμα, την τάση και την ισχύ που σχετίζονται με κάθε στοιχείο του κυκλώματος του Σχήματος 3.15α.

Για την επίλυση του παραδείγματος, αρχικά ορίζουμε μία διαφορά δυναμικού v και επιλέγουμε αυθαίρετα την πολικότητά της όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.15β. Επίσης, επιλέγουμε δύο ρεύματα που διαρρέουν τις δύο αντιστάσεις, με την επιλογή τους να γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε να βρίσκεται σε συμφωνία με την παθητική συνθήκη πρόσημου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.15β.



ΣΧΗΜΑ 3.15: (α) Ένα κύκλωμα απλού ζεύγους κόμβων. (β) Στο κύκλωμα έχουν εκχωρηθεί μία τάση και δύο ρεύματα.

Ο προσδιορισμός είτε του ρεύματος i_1 είτε του ρεύματος i_2 θα μας επιτρέψει να υπολογίσουμε μία τιμή για την τάση v. Κατά συνέπεια, το επόμενο βήμα μας θα είναι να εφαρμόσουμε τον νόμο των εντάσεων του Kirchhoff σε οποιονδήποτε από τους δύο κόμβους του κυκλώματος. Εξισώνοντας το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχονται από τον επάνω κόμβο με το μηδέν, έχουμε

$$-120 + i_1 + 30 + i_2 = 0$$

Εκφράζοντας αμφότερα τα ρεύματα συναρτήσει της τάσης υ χρησιμοποιώντας το νόμο του Ohm θα πάρουμε

$$i_1 = 30\upsilon \quad \text{και} \quad i_2 = 15\upsilon$$

και επομένως θα είναι

$$-120 + 30\upsilon + 30 + 15\upsilon = 0$$

Επιλύοντας αυτή την εξίσωση ως προς την τάση υ θα πάρουμε

$$\upsilon = 2 \text{ V}$$

και χρησιμοποιώντας ξανά τις παραπάνω εξισώσεις του νόμου του Ohm έχουμε

$$i_1 = 60 \text{ A} \quad \text{και} \quad i_2 = 30 \text{ A}$$

Στο σημείο αυτό είμαστε πλέον σε θέση να υπολογίσουμε την ισχύ που απορροφάται από το κάθε στοιχείο. Έτσι, για τις δύο αντιστάσεις έχουμε

$$p_{R_1} = 30(2)^2 = 120 \text{ W} \quad \text{και} \quad p_{R_2} = 15(2)^2 = 60 \text{ W}$$

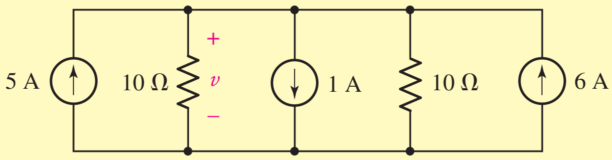
ενώ για τις δύο πηγές έχουμε

$$p_{120\text{A}} = 120(-2) = -240 \text{ W} \quad \text{και} \quad p_{30\text{A}} = 30(2) = 60 \text{ W}$$

Παρατηρείστε, πως επειδή η πηγή των 120A απορροφά αρνητική ισχύ 240 W, στην πραγματικότητα *προσφέρει* ισχύ στα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Με εντελώς ανάλογο τρόπο βρίσκουμε πως η πηγή των 30A στην πραγματικότητα δεν *προσφέρει* αλλά *απορροφά* ισχύ.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.7 Θεωρώντας το κύκλωμα του Σχήματος 3.16, να προσδιορίσετε την τάση υ.

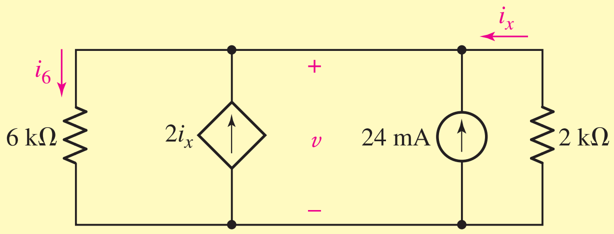


ΣΧΗΜΑ 3.16

Απάντηση: 50 V.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.7

Να προσδιορίσετε την τάση υ και την ισχύ που προσφέρεται από την ανεξάρτητη πηγή ρεύματος του Σχήματος 3.17.



ΣΧΗΜΑ 3.17: Σε ένα κύκλωμα απλού ζεύγους κόμβων που περιέχει μία εξαρτημένη πηγή, εκχωρούνται μία τάση v και ένα ρεύμα i_6.

Χρησιμοποιώντας τον νόμο των εντάσεων του Kirchhoff, το άθροισμα των ρευμάτων που εγκαταλείπουν τον επάνω κόμβο θα πρέπει να είναι ίσο με το μηδέν - θα είναι λοιπόν

$$i_6 - 2i_x - 0.024 - i_x = 0$$

Σημειώστε για μία ακόμη φορά, πως η τιμή της ανεξάρτητης πηγής ($2i_x$) αντιμετωπίζεται όπως και ένα οποιοδήποτε άλλο ρεύμα, ακόμη και εάν η ακριβή της τιμή δεν είναι γνωστή πριν ολοκληρωθεί η ανάλυση του κυκλώματος.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον νόμο του Ohm σε κάθε ωμική αντίσταση καταλήγοντας στις εξισώσεις

$$i_6 = \frac{v}{6000} \quad \text{και} \quad i_x = \frac{-v}{2000}$$

και κατά συνέπεια θα είναι

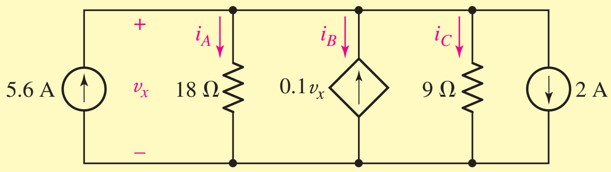
$$\frac{v}{6000} - 2\left(\frac{-v}{2000}\right) - 0.024 - \left(\frac{-v}{2000}\right) = 0$$

από όπου προκύπτει ότι $v = (600)(0.024) = 14.4$ V.

Στο σημείο αυτό, μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε οποιαδήποτε άλλη πληροφορία ενδεχομένως αναζητούμε για αυτό το κύκλωμα, σε ένα απλό βήμα. Για παράδειγμα, η ισχύς που προσφέρεται από την ανεξάρτητη πηγή είναι $p_{24} = 14.4(0.024) = 0.3456$ W (δηλαδή 3.456 mW).

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.8 Θεωρώντας το κύκλωμα απλού ζεύγους κόμβων του Σχήματος 3.18, να υπολογίσετε τα ρεύματα i_A, i_B και i_C.

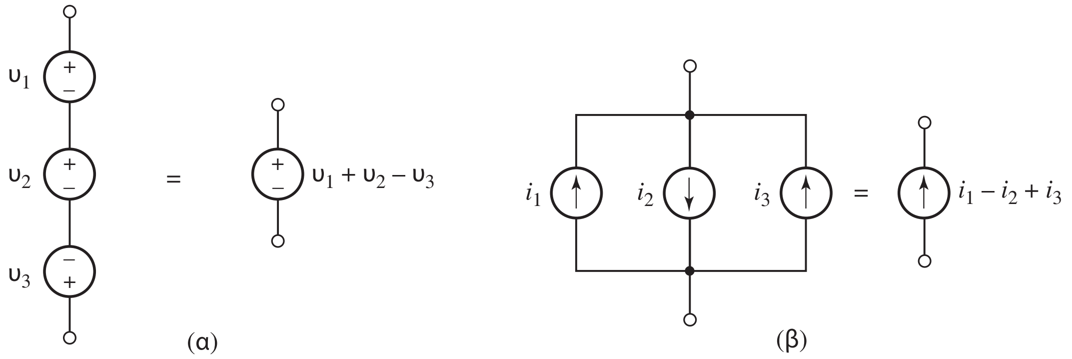


ΣΧΗΜΑ 3.18

Απάντηση: 3 A, −5.4 A, 6 A.

3.6 ΠΗΓΕΣ ΠΟΥ ΣΥΝΔΕΟΝΤΑΙ ΕΝ ΣΕΙΡΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

Αποδεικνύεται πως κάποιες από τις εξισώσεις που έχουμε γράψει για τα σειριακά και τα παράλληλα κυκλώματα, μπορούν να αποφευχθούν εάν συνδυάσουμε τις πηγές που υπάρχουν σε αυτά. Σημειώστε ωστόσο, πως όλες οι συσχετίσεις ανάμεσα στα ρεύματα, στις τάσεις και στις τιμές ισχύος στο υπόλοιπο τμήμα του κυκλώματος, θα παραμείνουν αμετάβλητες. Για παράδειγμα, ένα πλήθος πηγών τάσεων συνδεδεμένων σε σειρά, μπορούν να αντικατασταθούν από μία ισοδύναμη πηγή τάσης η τάση της οποία ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων όλων των επιμέρους πηγών (δείτε το Σχήμα 3.19α). Από την άλλη πλευρά, πηγές ρεύματος που συνδέονται παράλληλα, μπορούν και αυτές να συνδυαστούν σε μία απλή πηγή, προσθέτοντας τα επιμέρους ρεύματα, με την σειρά των παράλληλων στοιχείων να μπορεί να αλλάξει σύμφωνα με τις επιθυμίες μας (δείτε το Σχήμα 3.19β).



ΣΧΗΜΑ 3.19: (α) Πηγές τάσης που είναι συνδεδεμένες εν σειρά μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή πηγή. (β) Πηγές ρεύματος που είναι συνδεδεμένες παράλληλα μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή πηγή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.8

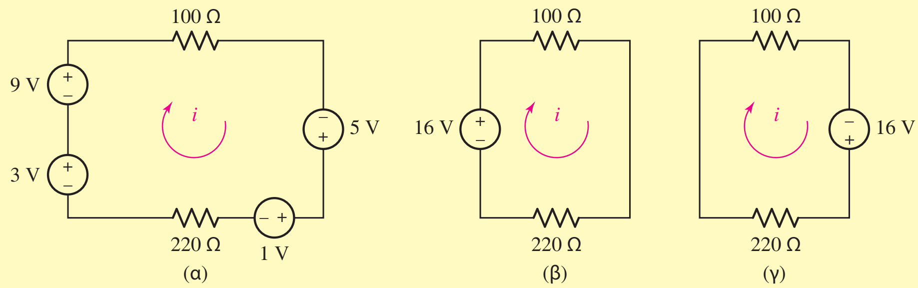
Να προσδιορίσετε το ρεύμα στο κύκλωμα του Σχήματος 3.20α αφού πρώτα συνδυάσετε τις πηγές τάσης σε μία απλή ισοδύναμη πηγή τάσης.

Προκειμένου να είμαστε σε θέση να συνδυάσουμε μεταξύ τους τις επιμέρους πηγές τάσης, αυτές θα πρέπει να είναι συνδεδεμένες εν σειρά. Παρατηρώντας πως όλες αυτές οι πηγές διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα (i), αυτή η συνθήκη ικανοποιείται.

Ξεκινώντας από την κάτω αριστερά γωνία και κινούμενη κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού, έχουμε

$$-3 - 9 - 5 + 1 = -16 \text{ V}$$

και κατά συνέπεια μπορούμε να αντικαταστήσουμε τις τέσσερις πηγές τάσης με μία απλή πηγή των 16 V η οποία θα έχει το αρνητικό σημείο αναφοράς της όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.20β.



ΣΧΗΜΑ 3.20

Συνδυάζοντας τον νόμο των τάσεων του Kirchhoff με τον νόμο του Ohm θα λάβουμε

$$-16 + 100i + 220i = 0$$

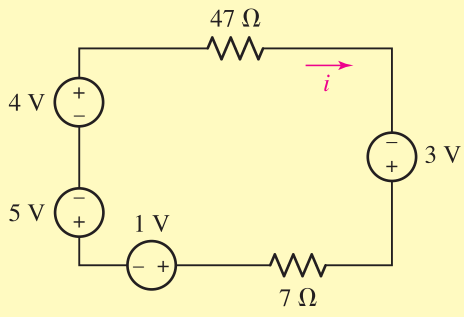
ή ισοδύναμα

$$i = \frac{16}{320} = 50 \text{ mA}$$

Σημειώστε, πως το κύκλωμα του Σχήματος 3.20γ είναι επίσης ισοδύναμο, ένα γεγονός που επαληθεύεται εύκολα υπολογίζοντας το ρεύμα i.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.9 Να προσδιορίσετε το ρεύμα i στο κύκλωμα του Σχήματος 3.21 αφού πρώτα αντικαταστήσετε τις τέσσερις πηγές με μία απλή ισοδύναμη πηγή.



ΣΧΗΜΑ 3.21

Απάντηση: −54 A.

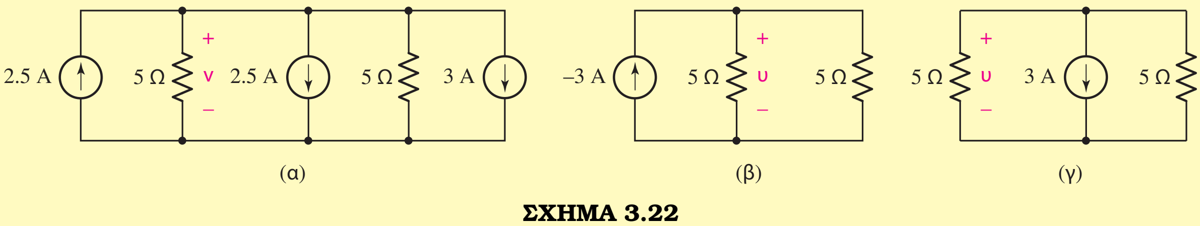
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.9

Να προσδιορίσετε την τάση v στο κύκλωμα του Σχήματος 3.22α αφού πρώτα συνδυάσετε τις πηγές ρεύματος σε μία απλή ισοδύναμη πηγή ρεύματος.

Οι πηγές ρεύματος μπορούν να συνδυαστούν σε μία απλή πηγή ρεύματος, εάν στα άκρα της κάθε μία από αυτές εμφανίζεται η ίδια διαφορά δυναμικού, κάτι που συμβαίνει, όπως εύκολα μπορεί να επαληθευτεί. Κατά συνέπεια, δημιουργούμε μία νέα πηγή ρεύματος με το βέλος της να δείχνει προς τον επάνω κόμβο, προσθέτοντας τα ρεύματα που εισέρχονται σε αυτόν τον κόμβο - θα είναι λοιπόν

$$2.5 - 2.5 - 3 = -3 \text{ A}$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα που προκύπτει με τον τρόπο αυτό, παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.22β.



ΣΧΗΜΑ 3.22

Στην περίπτωση αυτή, η εφαρμογή του νόμου εντάσεων του Kirchhoff μας δίνει

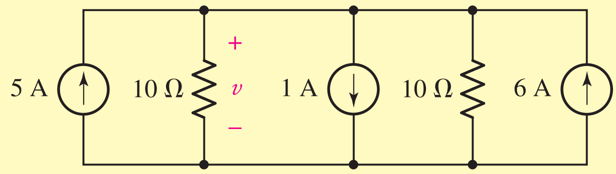
$$-3 + \frac{v}{5} + \frac{v}{5} = 0$$

Επιλύοντας ως προς v, βρίσκουμε $v = 7.5$ V.

Ένα άλλο ισοδύναμο κύκλωμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.22γ.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.10 Να προσδιορίσετε την τάση v του κυκλώματος του Σχήματος 3.23 αφού πρώτα αντικαταστήσετε τις τρεις πηγές με μία απλή ισοδύναμη πηγή.



ΣΧΗΜΑ 3.23

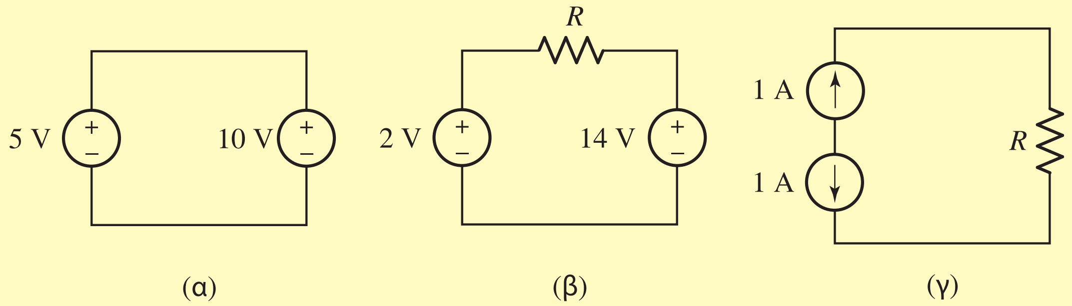
Απάντηση: 50 V.

Προκειμένου να ολοκληρώσουμε τη συζήτηση περί των συνδυασμών των πηγών σε σειρά και παράλληλα, ας θεωρήσουμε την παράλληλη σύνδεση δύο πηγών τάσης και την εν σειρά σύνδεση δύο πηγών ρεύματος. Για παράδειγμα, ποια είναι η ισοδύναμη πηγή τάσης, δύο πηγών τάσης, μιας των 5 V και μιας των 3 V, οι οποίες συνδέονται παράλληλα; Από τον ορισμό μιας πηγής τάσης, η τάση στα άκρα της πηγής δεν μπορεί να μεταβληθεί· κατά συνέπεια, από τον νόμο του Kirchhoff, το 5 θα είναι ίσο με το 10 και ερχόμαστε αντιμέτωποι με μία υποτιθέμενη φυσικώς αδύνατη κατάσταση. Επομένως, η παράλληλη σύνδεση ιδεατών πηγών τάσης είναι επιτρεπτή μόνο όταν η κάθε μία από αυτές έχει την ίδια τάση ακροδέκτη σε κάθε χρονική στιγμή. Με εντελώς ανάλογο τρόπο, δύο πηγές ρεύματος δεν γίνεται να τοποθετηθούν σε σειρά, παρά μόνον εάν η κάθε μία από αυτές έχει το ίδιο ρεύμα σε κάθε χρονική στιγμή, συμπεριλαμβανομένου του πρόσημου του.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.10

Να προσδιορίσετε ποια από τα κυκλώματα του Σχήματος 3.24 είναι έγκυρα κυκλώματα.

Το κύκλωμα του Σχήματος 3.24α αποτελείται από δύο πηγές τάσης συνδεδεμένες παράλληλα. Η τιμή της κάθε πηγής τάσης είναι διαφορετική και κατά συνέπεια αυτό το κύκλωμα παραβιάζει τον νόμο τάσεων του Kirchhoff. Για παράδειγμα, εάν μία αντίσταση τοποθετηθεί παράλληλα με την τάση των 5 V, θα είναι συνδεδεμένη επίσης παράλληλα και με την τάση των 10 V. Η πραγματική τάση στα άκρα της είναι επομένως ασαφής και είναι προφανές πως το κύκλωμα δεν μπορεί να κατασκευαστεί με τον τρόπο που επισημαίνεται στο σχήμα. Εάν προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε ένα τέτοιο κύκλωμα στον πραγματικό κόσμο, θα διαπιστώσουμε πως είναι αδύνατο να βρούμε "ιδανικές" πηγές τάσης - αφού όλες οι πηγές που χρησιμοποιούνται στα πραγματικά κυκλώματα διαθέτουν εσωτερική αντίσταση. Η παρουσία μιας τέτοιας αντίστασης επιτρέπει την ύπαρξη μιας διαφοράς δυναμικού ανάμεσα στις δύο *πραγματικές* πηγές. Στηριζόμενοι στην παραπάνω λογική μπορούμε να διατυπώσουμε το συμπέρασμα πως το κύκλωμα του Σχήματος 3.24β είναι πέρα για πέρα έγκυρο.

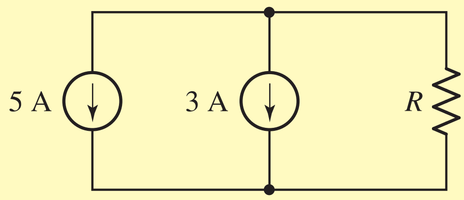


ΣΧΗΜΑ 3.24: (α) έως (γ) Παραδείγματα κυκλωμάτων με πολλαπλές πηγές ορισμένα από τα οποία παραβιάζουν τους νόμους του Kirchoff.

Τέλος, το κύκλωμα του Σχήματος 3.24γ παραβιάζει τον νόμο ρευμάτων του Kirchhoff, αφού είναι ασαφές ποιο από τα δύο ρεύματα ρέει δια μέσου της ωμικής αντίστασης R.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.11 Να αποφανθείτε για το εάν το κύκλωμα του Σχήματος 3.25 παραβιάζει κάποιον από τους νόμους του Kirchhoff.



ΣΧΗΜΑ 3.25

Απάντηση: Όχι. Ωστόσο, εάν είχε απομακρυνθεί η ωμική αντίσταση, το κύκλωμα που θα προέκυπτε θα το έκανε.

3.7 ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝ ΣΕΙΡΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

Σε αρκετές περιπτώσεις είναι δυνατό να αντικαταστήσουμε πολύπλοκους σχετικά συνδυασμούς αντιστάσεων με μία απλή ισοδύναμη ωμική αντίσταση. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο, όταν δεν ενδιαφερόμαστε ιδιαίτερα για το ρεύμα ή την ισχύ που σχετίζεται με οποιαδήποτε από τις αντιστάσεις αυτού του συνδυασμού. Σημειώστε, πως *όλες οι συσχετίσεις που υφίστανται ανάμεσα στα ρεύματα, στις τάσεις και στις τιμές ισχύος του υπόλοιπου τμήματος του κυκλώματος, παραμένουν αμετάβλητα.*

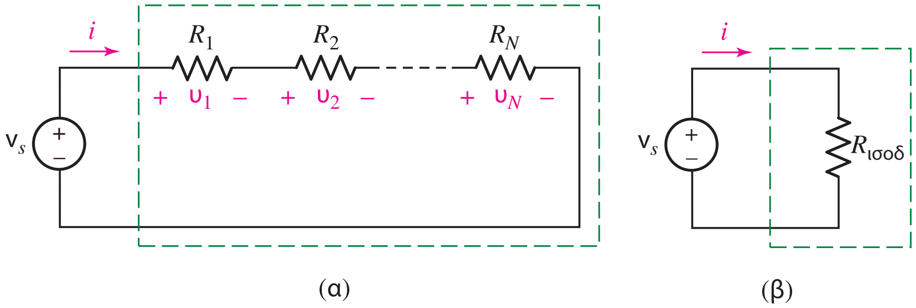
Θεωρείστε τον εν σειρά συνδυασμό των N ωμικών αντιστάσεων που απεικονίζονται στο Σχήμα 3.26α. Επιθυμούμε να απλοποιήσουμε αυτό το κύκλωμα αντικαθιστώντας αυτές τις N αντιστάσεις με μία απλή ωμική αντίσταση $R_{\text{ισοδ.}}$, έτσι ώστε το υπόλοιπο τμήμα του κυκλώματος, δηλαδή στην προκειμένη περίπτωση η μοναδική πηγή τάσης που απομένει, να μην αντιληφθεί πως έχει πραγματοποιηθεί η οποιαδήποτε μεταβολή. Το ρεύμα, η τάση και η ισχύς της πηγής θα πρέπει να είναι τα ίδια πριν και μετά από αυτή την αντικατάσταση.

Αρχικά εφαρμόζουμε τον κανόνα των τάσεων του Kirchhoff γράφοντας την εξίσωση

$$v_s = v_1 + v_2 + \cdots + v_N$$

και στη συνέχεια τον νόμο του Ohm από όπου θα πάρουμε

$$v_s = R_1 i + R_2 i + \cdots + R_N i = (R_1 + R_2 + \cdots + R_N) i$$



ΣΧΗΜΑ 3.26: (α) Σειριακός συνδυασμός N αντιστάσεων. (β) Ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα.

Στο σημείο αυτό ας συγκρίνουμε αυτό το αποτέλεσμα με την απλή εξίσωση που εφαρμόζεται στο ισοδύναμο κύκλωμα που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.26β και η οποία είναι η[3]

$$v_s = R_{\text{ισοδ.}} i$$

Κατά συνέπεια, η τιμή της ισοδύναμης αντίστασης για τις N συνδεδεμένες εν σειρά αντιστάσεις είναι

$$\boxed{R_{\text{ισοδ.}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N} \qquad [8]$$

Επομένως μπορούμε να αντικαταστήσουμε ένα δίκτυο δύο ακροδεκτών που αποτελείται από N αντιστάσεις συνδεδεμένες εν σειρά, με ένα απλό στοιχείο $R_{\text{ισοδ.}}$ δύο ακροδεκτών το οποίο χαρακτηρίζεται από την ίδια συσχέτιση τάσης - έντασης.

Θα πρέπει για μία ακόμη φορά να τονίσουμε πως θα μπορούσε να μας ενδιαφέρει το ρεύμα, η τάση ή η ισχύς που σχετίζεται με κάποιο από τα αρχικά στοιχεία. Για παράδειγμα, η τάση μιας εξαρτημένης πηγής τάσης ίσως εξαρτάται από την τάση στα άκρα της αντίστασης R_3. Από τη στιγμή που η R_3 συνδυαστεί με αρκετές συνδεδεμένες εν σειρά αντιστάσεις για να σχηματίσει μία ισοδύναμη αντίσταση, αυτή πλέον δεν είναι διαθέσιμη και η τάση στα άκρα της δεν μπορεί να καθοριστεί μέχρι να ταυτοποιηθεί η αντίσταση R_3 απομακρυνόμενη από το συνδυασμό αντιστάσεων. Στην περίπτωση αυτή, θα ήταν καλύτερο να προβλέψουμε εξ' αρχής αυτή την κατάσταση και να μην εντάξουμε την R_3 στην ομάδα των αντιστάσεων που θα αντικατασταθούν από την ισοδύναμη αντίσταση $R_{\text{ισοδ.}}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.11

Χρησιμοποιώντας συνδυασμούς αντιστάσεων και πηγών να προσδιορίσετε το ρεύμα i του Σχήματος 3.27α καθώς και την ισχύ που διανέμεται από την πηγή των 80V.

Αρχικά εναλλάσσουμε τις θέσεις των στοιχείων στο κύκλωμα προσπαθώντας όμως να μην αλλοιώσουμε την λογική σύνδεση των πηγών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.27β. Το επόμενο βήμα είναι να συνδυάσουμε τις τρεις πηγές τάσης σε μία ισοδύναμη πηγή των 80V και τις τέσσερις αντιστάσεις σε μία ισοδύναμη αντίσταση των 30Ω, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.27γ. Με τον τρόπο αυτό, αντί να γράψουμε

$$-80 + 10i - 30 + 7i + 5i + 20 + 8i = 0$$

θα έχουμε απλά

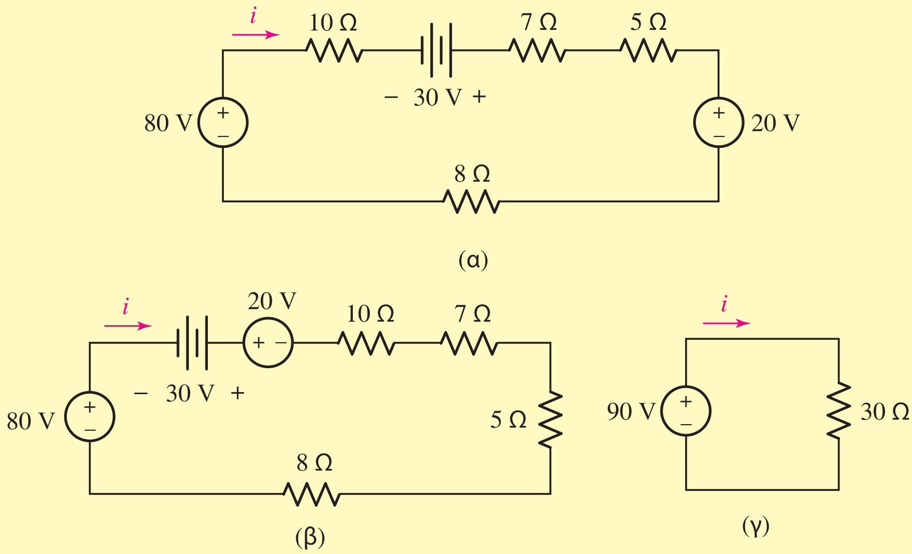
$$-90 + 30i = 0$$

[3]Χρήσιμη υπόδειξη: η προσεκτική μελέτη της εξίσωσης του νόμου τάσεων του Kirchhoff για κάθε εν σειρά κύκλωμα, θα μας δείξει πως η *σειρά* με την οποία τοποθετούνται τα στοιχεία σε ένα τέτοιο κύκλωμα, δεν έχει καμία σημασία.

από όπου προκύπτει ότι

$$i = 3A$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε την ισχύ που προσφέρεται στο κύκλωμα από την πηγή των 80V που εμφανίζεται σε αυτό, είναι αναγκαίο να επιστρέψουμε στο κύκλωμα του Σχήματος 3.27α γνωρίζοντας πλέον πως το ρεύμα είναι ίσο με 3A. Στην περίπτωση αυτή η επιθυμητή ισχύς βρίσκεται ίση με 80V×3A=240W.

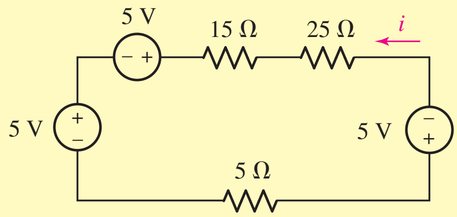


ΣΧΗΜΑ 3.27: (α) Ένα σειριακό κύκλωμα με αρκετές πηγές και αντιστάσεις. (β) Τα στοιχεία αναδιατάσσονται για λόγους ευκρίνειας. (γ) Ένα απλούστερο ισοδύναμο κύκλωμα.

Είναι ενδιαφέρον να επισημάνουμε πως κανένα στοιχείο του αρχικού κυκλώματος δεν παραμένει στο ισοδύναμο κύκλωμα.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.12 Να προσδιορίσετε το ρεύμα i στο κύκλωμα του Σχήματος 3.28.

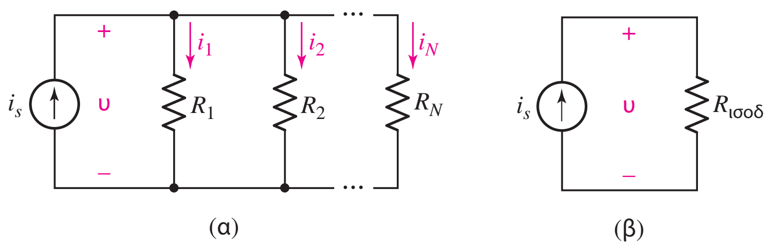


ΣΧΗΜΑ 3.28

Απάντηση: $i = -33$ mA.

Παρόμοιες απλοποιήσεις μπορούν να εφαρμοσθούν και στα παράλληλα κυκλώματα. Ένα κύκλωμα που περιέχει N αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα, όπως αυτό του Σχήματος 3.29α, μας οδηγεί σε μία εξίσωση νόμου ρευμάτων του Kirchhoff της μορφής

$$i_s = i_1 + i_2 + \cdots + i_N$$



ΣΧΗΜΑ 3.29

ή ισοδύναμα

$$i_s = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \cdots + \frac{v}{R_N} = \frac{v}{R_{\text{ισοδ.}}}$$

από όπου προκύπτει ότι

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{ισοδ.}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}} \qquad [9]$$

εξίσωση που μπορεί να γραφεί και ως

$$R_{\text{ισοδ.}}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + \cdots + R_N^{-1}$$

ή συναρτήσει των αγωγιμοτήτων ως

$$G_{\text{ισοδ.}} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N$$

Το απλοποιημένο (ισοδύναμο) κύκλωμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.29β.

Ένας παράλληλος συνδυασμός πολύ συχνά περιγράφεται από τον επόμενο συντομογραφικό συμβολισμό:

$$R_{\text{ισοδ.}} = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$$

Η ειδική περίπτωση που περιλαμβάνει μόνο δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα συναντάται αρκετά συχνά στην πράξη και περιγράφεται από την εξίσωση

$$R_{\text{ισοδ.}} = R_1 \parallel R_2 = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$$

ή πιο απλά

$$\boxed{R_{\text{ισοδ.}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \qquad [10]$$

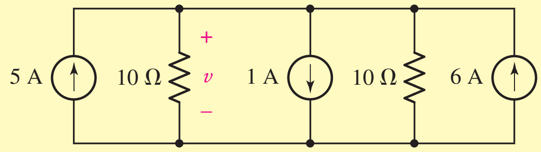
Η τελευταία σχέση αξίζει να απομνημονευτεί αν και είναι πολύ συνηθισμένο λάθος να προσπαθήσουμε να γενικεύσουμε την Εξίσωση [10], δηλαδή να γράψουμε για παράδειγμα

$$R_{\text{ισοδ.}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

κάτι που φυσικά δεν είναι σωστό. Πράγματι, μία απλή εξέταση αυτής της εξίσωσης όσον αφορά τις μονάδες μέτρησης θα μας οδηγήσει στο συμπέρασμα πως η παραπάνω σχέση είναι λάθος.

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.13 Να προσδιορίσετε την τάση v στο κύκλωμα του Σχήματος 3.30 συνδυάζοντας πρώτα τις τρεις πηγές ρεύματος σε μία απλή πηγή και στη συνέχεια τις δύο αντιστάσεις των 10Ω σε μία απλή αντίσταση.



ΣΧΗΜΑ 3.30

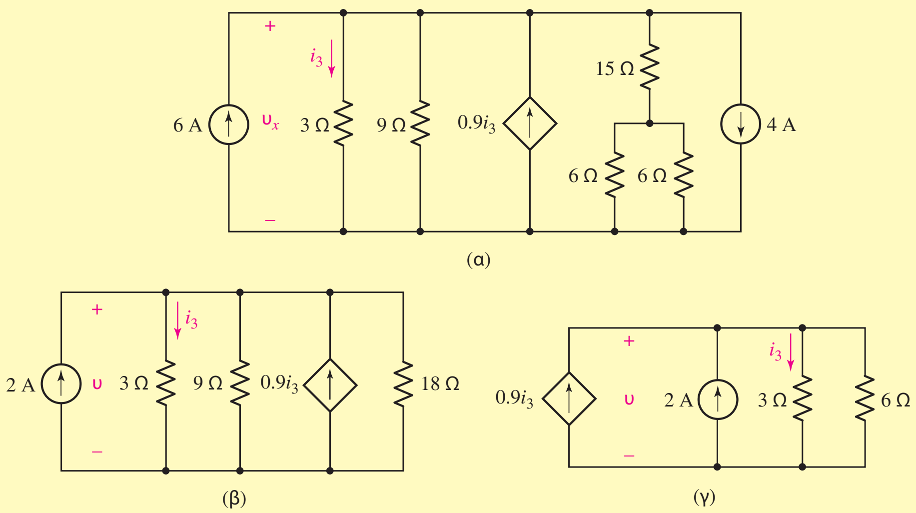
Απάντηση: 50 V.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.12

Να υπολογίσετε την ισχύ και την τάση της εξαρτημένης πηγής του Σχήματος 3.31α.

Για την επίλυση του παραδείγματος θα πρέπει να απλοποιήσουμε το κύκλωμα πριν το αναλύσουμε, αλλά θα πρέπει να προσέξουμε ώστε να μην συμπεριλάβουμε σε αυτή την απλοποίηση την εξαρτημένη πηγή, αφού ενδιαφερόμαστε για τα χαρακτηριστικά της που σχετίζονται με την τάση της και την ισχύ της.

Αν και στο κυκλωματικό διάγραμμα οι δύο ανεξάρτητες πηγές ρεύματος δεν είναι σχεδιασμένες η μία δίπλα στην άλλη, ωστόσο, στην πραγματικότητα συνδέονται παράλληλα και για το λόγο αυτό μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε από μία πηγή ρεύματος των 2A.



ΣΧΗΜΑ 3.31: (α) Ένα κύκλωμα πολλαπλών κόμβων. (β) Οι δύο ανεξάρτητες πηγές ρεύματος συνδυάζονται σε μία πηγή των 2 A ενώ η αντίσταση των 15Ω και οι δύο παράλληλες αντιστάσεις των 6Ω που συνδέονται εν σειρά μαζί της, αντικαθίστανται με μία απλή αντίσταση των 18Ω. (γ) Ένα απλοποιημένο ισοδύναμο κύκλωμα.

Οι δύο αντιστάσεις των 6Ω είναι συνδεδεμένες παράλληλα και μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή αντίσταση των 3Ω η οποία θα είναι συνδεδεμένη εν σειρά με την αντίσταση των 15Ω. Κατά συνέπεια αυτές οι δύο εν σειρά συνδεδεμένες αντιστάσεις των 3Ω και των 15Ω μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή αντίσταση των 18Ω (δείτε το Σχήμα 3.31β).

Αν και ίσως είναι αρκετά δελεαστικό, *δεν θα πρέπει να συνδυάσουμε τις υπόλοιπες τρεις αντιστάσεις·* το ρεύμα ελέγχου i_3 εξαρτάται από την αντίσταση των 3Ω και κατά συνέπεια αυτή η αντίσταση θα πρέπει να μείνει ανέγγιχτη. Κατά συνέπεια, η μοναδική περαιτέρω απλοποίηση που μπορεί να γίνει, είναι η $9\,\Omega \parallel 18\,\Omega = 6\Omega$ όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.31γ.

Εφαρμόζοντας τον νόμο των εντάσεων του Kirchhoff στον επάνω κόμβο του Σχήματος 3.31γ έχουμε

$$-0.9i_3 - 2 + i_3 + \frac{v}{6} = 0$$

Χρησιμοποιώντας τον νόμο του Ohm μπορούμε να γράψουμε ότι

$$v = 3i_3$$

από όπου μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα i_3 ως

$$i_3 = \frac{10}{3}A$$

Κατά συνέπεια, η διαφορά δυναμικού στα άκρα της εξαρτημένης πηγής (η οποία είναι η ίδια με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης των 3Ω) είναι

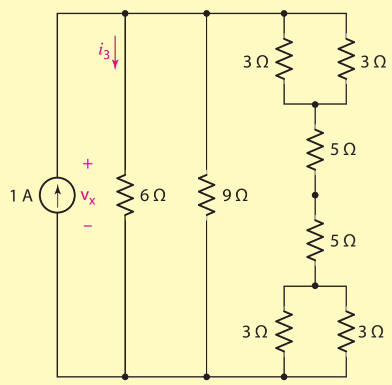
$$v = 3i_3 = 10 \text{ V}$$

Επομένως, η εξαρτώμενη πηγή προσφέρει $v \times 0.9i_3 = 10(0.9)(10/3) = 30$ W ισχύος στο υπόλοιπο τμήμα του κυκλώματος.

Τώρα εάν αργότερα μας ζητηθεί να υπολογίσουμε την ισχύ που αναλώθηκε στην αντίσταση των 15Ω, θα πρέπει να επιστρέψουμε στο αρχικό κύκλωμα. Αυτή η αντίσταση είναι συνδεδεμένη εν σειρά με μία ισοδύναμη αντίσταση των 3Ω. Παρατηρώντας πως στα άκρα της αντίστασης των 18Ω υφίσταται μία διαφορά δυναμικού ίση με 10 V, θα υπάρχει ένα ρεύμα έντασης 5/9 A που θα διαρρέει την αντίσταση των 15Ω και κατά συνέπεια, η ισχύς που απορροφάται από αυτό το στοιχείο θα είναι ίση με $(5/9)^2(15)$ δηλαδή ίση με 4.63 W.

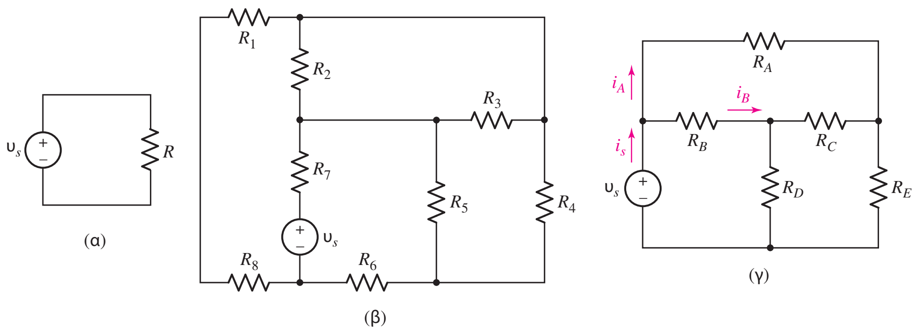
ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.14 Για το κύκλωμα του Σχήματος 3.32 να προσδιορίσετε την τάση v_x.



ΣΧΗΜΑ 3.32

Απάντηση: 2.819 V.



ΣΧΗΜΑ 3.33: (α) Αυτά τα δύο στοιχεία κυκλώματος συνδέονται τόσο εν σειρά όσο και παράλληλα. (β) Οι αντιστάσεις R_2 και R_3 συνδέονται παράλληλα, ενώ οι αντιστάσεις R_1 και R_8 συνδέονται εν σειρά. (γ) Σε αυτό το κύκλωμα δεν υπάρχουν στοιχεία που να συνδέονται εν σειρά ή παράλληλα με άλλα στοιχεία.

Στο σημείο αυτό θα παραθέσουμε τρία τελικά σχόλια όσον αφορά τους εν σειρά και τους παράλληλους συνδυασμούς, τα οποία μπορεί να αποδειχθούν ιδιαίτερα χρήσιμα. Το πρώτο από αυτά επιδεικνύεται στο Σχήμα 3.33α για το οποίο ας διατυπώσουμε το ερώτημα: Τα στοιχεία υ_s και R είναι συνδεδεμένα *εν σειρά*, ή *παράλληλα*; Η απάντηση είναι πως αυτά χαρακτηρίζονται και από τους δύο τρόπους σύνδεσης. Τα δύο στοιχεία διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα και κατά συνέπεια είναι συνδεδεμένα εν σειρά, αλλά ταυτόχρονα διατηρούν στα άκρα τους την ίδια τάση και κατά συνέπεια είναι συνδεδεμένα παράλληλα.

Το δεύτερο σχόλιο συνιστά στην πραγματικότητα μία προειδοποίηση. Τα κυκλώματα μπορούν να σχεδιαστούν με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι γενικά δύσκολο να εντοπιστούν οι εν σειρά και οι παράλληλοι συνδυασμοί. Για παράδειγμα, στο Σχήμα 3.33β οι μοναδικές δύο αντιστάσεις που είναι συνδεδεμένες παράλληλα είναι οι R_2 και R_3 ενώ οι μοναδικές δύο αντιστάσεις που είναι συνδεδεμένες εν σειρά είναι οι R_1 και R_8.

Το τελευταίο σχόλιο μας λέει απλά πως ένα απλό στοιχείο κυκλώματος δεν χρειάζεται να είναι συνδεδεμένο εν σειρά ή παράλληλα με κάποιο άλλο απλό στοιχείο κυκλώματος μέσα σε ένα κύκλωμα. Για παράδειγμα, οι αντιστάσεις R_4 και R_5 στο Σχήμα 3.33β δεν συνδέονται εν σειρά ή παράλληλα με κανένα άλλο απλό στοιχείο του κυκλώματος, ενώ στο κύκλωμα του Σχήματος 3.33γ δεν υπάρχουν απλά στοιχεία κυκλώματος που να συνδέονται εν σειρά ή παράλληλα με κάποιο άλλο στοιχείο. Με άλλα λόγια, αυτό το κύκλωμα είναι αδύνατο να υποστεί περαιτέρω απλοποίηση χρησιμοποιώντας κάποια από τις τεχνικές που παρουσιάσαμε σε αυτό το κεφάλαιο.

3.8 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Συνδυάζοντας αντιστάσεις και πηγές έχουμε βρει έναν τρόπο να ελαττώσουμε τον φόρτο που απαιτείται για την ανάλυση ενός κυκλώματος. Μία άλλη τέτοια χρήσιμη συντόμευση μελέτης είναι οι ιδέες της διαίρεσης τάσης και ρεύματος. Η διαίρεση τάσης χρησιμοποιείται για να εκφράσουμε την τάση στα άκρα μίας ή περισσότερων αντιστάσεων που είναι συνδεδεμένες εν σειρά, συναρτήσει της τάσης που υφίσταται στα άκρα του συνδυασμού αντιστάσεων. Στο Σχήμα 3.34 η τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 βρίσκεται με τη βοήθεια του νόμου των τάσεων του Kirchhoff και του νόμου του Ohm - θα είναι λοιπόν

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

από όπου προκύπτει ότι

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

Κατά συνέπεια η τάση v_2 θα έχει τη μορφή

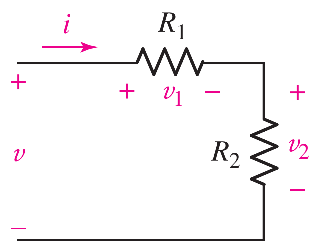
$$v_2 = iR_2 = \left(\frac{v}{R_1 + R_2}\right) R_2$$

ή ισοδύναμα

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

ενώ η τάση στα άκρα της αντίστασης R_1 εντελώς ανάλογα υπολογίζεται ως

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$



ΣΧΗΜΑ 3.34: Μία επίδειξη της διαίρεσης τάσης.

Εάν γενικεύσουμε το δίκτυο του Σχήματος 3.34 απομακρύνοντας την αντίσταση R_2 και αντικαθιστώντας τη με τον εν σειρά συνδυασμό αντιστάσεων $R_2, R_3, \ldots, R_N$, θα καταλήξουμε στο γενικό αποτέλεσμα για την διαίρεση τάσης κατά μήκος μιας συστοιχίας από N αντιστάσεις συνδεδεμένες εν σειρά - αυτό το αποτέλεσμα έχει τη μορφή

$$\boxed{v_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_N} v} \qquad [11]$$

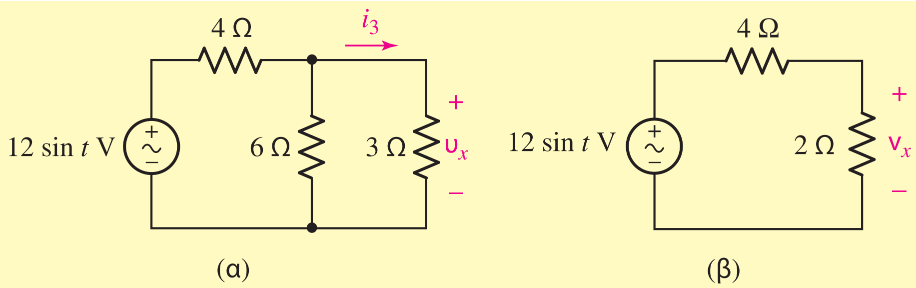
και μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την τάση v_k που εμφανίζεται στα άκρα μιας αυθαίρετης αντίστασης R_k αυτής της σειράς αντιστάσεων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.13

Να προσδιορίσετε την τάση v_x του κυκλώματος του Σχήματος 3.35α.

Αρχικά, θα συνδυάσουμε τις αντιστάσεις των 6Ω και 3Ω αντικαθιστώντας τες με μία αντίσταση η τιμή της οποίας είναι (6)(3)/(6 + 3) = 2Ω.

Επειδή η τάση v_x εμφανίζεται στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού, η απλοποίηση μας δεν θα οδηγήσει στην απώλεια αυτής της παραμέτρου κάτι που όμως θα συμβεί αν προχωρήσουμε σε περαιτέρω απλοποίηση του κυκλώματος αντικαθιστώντας τον συνδυασμό των εν σειρά αντιστάσεων των 4Ω και 2Ω.



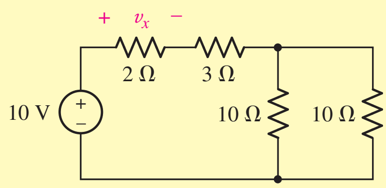
ΣΧΗΜΑ 3.35: Ένα αριθμητικό παράδειγμα που επιδεικνύει τον συνδυασμό των αντιστάσεων και την διαίρεση τάσης. (α) αρχικό κύκλωμα, (β) απλοποιημένο κύκλωμα.

Επομένως θα πρέπει να προχωρήσουμε εφαρμόζοντας απλά την εξίσωση διαίρεσης τάσης στο κύκλωμα του Σχήματος 3.35β - στην περίπτωση αυτή θα λάβουμε

$$v_x = (12\sin t)\frac{2}{4+2} = 4\sin t \text{ volts}$$

ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.15 Χρησιμοποιώντας διαίρεση τάσης να υπολογίσετε την τάση v_x στο κύκλωμα του Σχ. 3.36.



ΣΧΗΜΑ 3.36

Απάντηση: 2 V.

Η δυική πράξη[4] της διαίρεσης τάσης, είναι η διαίρεση ρεύματος. Στην προκειμένη περίπτωση το κύκλωμά μας χαρακτηρίζεται από ένα συνολικό ρεύμα που διαρρέει ένα σύνολο αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα, όπως φαίνεται στο κύκλωμα του Σχήματος 3.37.

Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_2 είναι το

$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{i(R_1 \parallel R_2)}{R_2} = \frac{i}{R_2}\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

ή ισοδύναμα

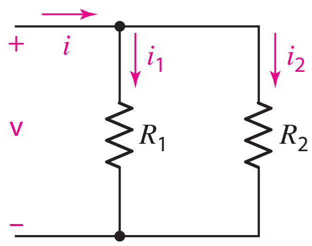
$$\boxed{i_2 = i\frac{R_1}{R_1+R_2}} \qquad [12]$$

ενώ εντελώς ανάλογα βρίσκουμε ότι

$$i_1 = i\frac{R_2}{R_1+R_2} \qquad [13]$$

[4]Η αρχή του δυισμού συναντάται συχνά στην μηχανολογία. Αυτό το αντικείμενο θα το συζητήσουμε εν συντομία στο Κεφάλαιο 7 όπου θα συγκρίνουμε τα πηνία και τους πυκνωτές.

Παρατηρείστε πως στην προκειμένη περίπτωση *η φύση δεν μας αντιμετώπισε με χαμόγελο, αφού αυτές οι δύο εξισώσεις διαθέτουν έναν παράγοντα που διαφέρει από τον αντίστοιχο παράγοντα που εμφανίζεται στις εξισώσεις διαίρεσης τάσης και απαιτείται λίγο παραπάνω κόπος προκειμένου να αποφύγουμε την εμφάνιση σφαλμάτων.* Πολλοί φοιτητές χαρακτηρίζουν τις εξισώσεις διαίρεσης τάσεις ως "προφανείς" και λένε πως οι αντίστοιχες εξισώσεις της διαίρεσης ρεύματος είναι "διαφορετικές". Η συνειδητοποίηση πως η μεγαλύτερη από τις δύο ωμικές αντιστάσεις διαρρέεται πάντοτε από το ρεύμα μικρότερης έντασης είναι κάτι που θα μας βοηθήσει ιδιαίτερα.



ΣΧΗΜΑ 3.37: Διαίρεση ρεύματος.

Θεωρώντας ένα πλήθος N αντιστάσεων οι οποίες συνδέονται παράλληλα, το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_k είναι το

$$\boxed{i_k = i\frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_N}}} \qquad [14]$$

Η παραπάνω σχέση συναρτήσει των αντίστοιχων αγωγιμοτήτων διατυπώνεται ως

$$i_k = i\frac{G_k}{G_1+G_2+\cdots+G_N}$$

και πλέον μοιάζει πάρα πολύ με την Εξίσωση [11] που κατασκευάσαμε για την διαίρεση τάσης.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.14

Να κατασκευάσετε μία έκφραση για το ρεύμα που διαρρέει την ωμική αντίσταση των 3Ω στο κύκλωμα του Σχήματος 3.38.

Το συνολικό ρεύμα που διαρρέει τον συνδυασμό των αντιστάσεων 3Ω-6Ω είναι

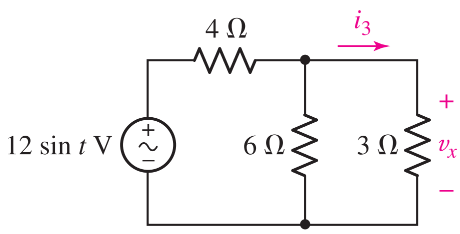
$$i(t) = \frac{12\sin t}{4+3\parallel 6} = \frac{12\sin t}{4+2} = 2\sin t \text{ A}$$

και κατά συνέπεια το επιθυμητό ρεύμα δίδεται από την διαίρεση τάσης

$$i_3(t) = (2\sin t)\left(\frac{6}{6+3}\right) = \frac{4}{3}\sin t \text{ A}$$

Δυστυχώς, η διαίρεση ρεύματος πολλές φορές εφαρμόζεται σε περιπτώσεις στις οποίες κανονικά απαγορεύεται να εφαρμοσθεί. Ως ένα παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ξανά το κύκλωμα του Σχήματος 3.33γ, ένα κύκλωμα που όπως έχουμε ήδη συμφωνήσει, δεν περιέχει στοιχεία που να είναι συνδεδεμένα εν σειρά ή παράλληλα. Από την στιγμή που το κύκλωμα δεν διαθέτει παράλληλες αντιστάσεις, δεν υπάρχει κανένας τρόπος εφαρμογής της διαίρεσης ρεύματος. Ωστόσο, παρόλα αυτά, πάρα πολλοί φοιτητές ρίχνουν μια βιαστική ματιά στις αντιστάσεις R_A και R_B και στη συνέχεια προσπαθούν να εφαρμόσουν την διαίρεση ρεύματος γράφοντας μία εξίσωση της μορφής

$$i_A = i_S\frac{R_B}{R_A+R_B}$$

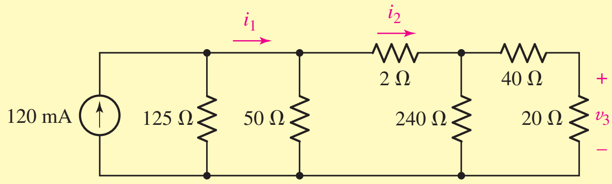


ΣΧΗΜΑ 3.38: Ένα κύκλωμα που χρησιμοποιείται ως παράδειγμα διαίρεσης ρεύματος. Η κυματιστή γραμμή στην πηγή τάσης καταδεικνύει ημιτονοειδή μεταβολή με τον χρόνο.

η οποία φυσικά είναι λάθος. Θυμηθείτε, πως *οι παράλληλες αντιστάσεις θα πρέπει να αποτελούν κλάδους που να βρίσκονται ανάμεσα στα ίδια ζεύγη κόμβων.*

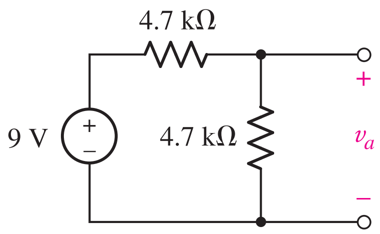
ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΞΑΣΚΗΣΗ

3.16 Χρησιμοποιώντας μεθόδους συνδυασμού αντιστάσεων και διαίρεση ρεύματος, να υπολογίσετε τα ρεύματα i_1 και i_2 και την τάση v_3 στο κύκλωμα του Σχήματος 3.39.

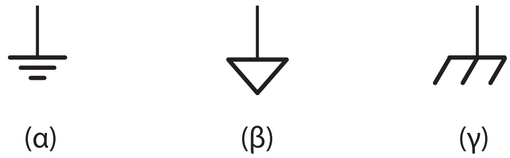


ΣΧΗΜΑ 3.39

Απαντήσεις: 100 mA, 50 mA, 0.8 V.



ΣΧΗΜΑ 3.40: Ένα απλό κύκλωμα με τάση v_α οριζόμενη ανάμεσα σε δύο ακροδέκτες.



ΣΧΗΜΑ 3.41: Τρία διαφορετικά σύμβολα που χρησιμοποιούνται για την γείωση ή τον κοινό ακροδέκτη: (α) θεμελιακή γείωση, (β) γείωση σήματος και (γ) γείωση περιβλήματος.

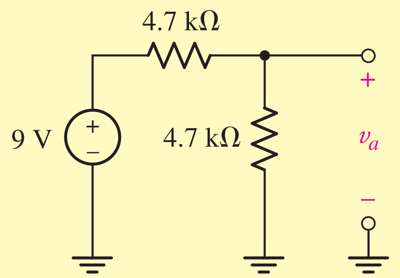
ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Δεν είναι το έδαφος που ξέρουμε από τη γεωλογία

Μέχρι αυτό το σημείο έχουμε σχεδιάσει σχηματικά διαγράμματα κυκλωμάτων παρόμοια με αυτό που παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.40 όπου οι τάσεις ορίζονται ανάμεσα σε δύο σαφώς καθορισμένους ακροδέκτες. Ιδιαίτερη μέριμνα δόθηκε στην επισήμανση του γεγονότος πως η τάση δεν μπορεί να ορισθεί με τη βοήθεια ενός μόνο σημείου - αφού εξ' ορισμού αποτελεί την *διαφορά* δυναμικού ανάμεσα σε *δύο* σημεία. Ωστόσο, πολλά σχηματικά διαγράμματα κάνουν χρήση της σύμβασης σύμφωνα με την οποία το δυναμικό της γης έχει τιμή 0 volts έτσι ώστε όλες οι υπόλοιπες τάσεις να ορίζονται σε σχέση με αυτό το δυναμικό. Αυτή η έννοια συχνά αναφέρεται χρησιμοποιώντας τον όρο **γείωση** και είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τις ρυθμίσεις ασφαλείας που έχουν σχεδιαστεί για να αποτρέψουν φωτιές, θανάσιμες ηλεκτροπληξίες και παρόμοιες τέτοιες καταστροφές. Το σύμβολο της γείωσης απεικονίζεται στο Σχήμα 3.41α.

Λαμβάνοντας υπ όψιν πως η γείωση ορίζεται ως ένα σημείο που αντιστοιχεί σε μηδέν volts, συχνά είναι ιδιαίτερα εξυπηρετικό να χρησιμοποιείται ως ένας κοινός ακροδέκτης στα σχηματικά διαγράμματα. Το κύκλωμα του Σχήματος 3.40 ανασχεδιασμένο με αυτόν τον τρόπο παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.42 όπου το σύμβολο της γείωσης αναπαριστά έναν κοινό κόμβο. Είναι σημαντικό να επισημάνουμε πως τα δύο αυτά κυκλώματα είναι ισοδύναμα όσον αφορά την τιμή της τάσης v_α (η οποία στην προκειμένη περίπτωση είναι ίση με 4.5 Volts) αλλά ωστόσο δεν είναι ακριβώς τα ίδια. Το κύκλωμα του Σχήματος 3.40 μπορεί να χαρακτηριστεί ως "μετακινούμενο" υπό την έννοια πως για όλες τις πρακτικές εφαρμογές μπορεί να εγκατασταθεί σε μία κυκλωματική πλακέτα ενός δορυφόρου που κινείται σε γεωστατική τροχιά (ή που ταξιδεύει προς τον Πλούτωνα). Ωστόσο, το κύκλωμα του Σχήματος 3.42 χαρακτηρίζεται από κάποιον τύπο φυσικής σύνδεσης με την γη δια μέσου μιας αγώγιμης διαδρομής. Για το λόγο αυτό, υπάρχουν άλλα δύο σύμβολα που μπορούν περιστασιακά να χρησιμοποιηθούν για να συμβολίσουν έναν κοινό ακροδέκτη. Το Σχήμα 3.41β δείχνει αυτό που αρκετά συχνά αναφέρεται ως **γείωση σήματος**. Σημειώστε, πως ανάμεσα στην γείωση και σε οποιοδήποτε ακροδέκτη συνδέεται στην γείωση σήματος, μπορεί να υπάρχει (και συνήθως υπάρχει) μία μεγάλη διαφορά δυναμικού.

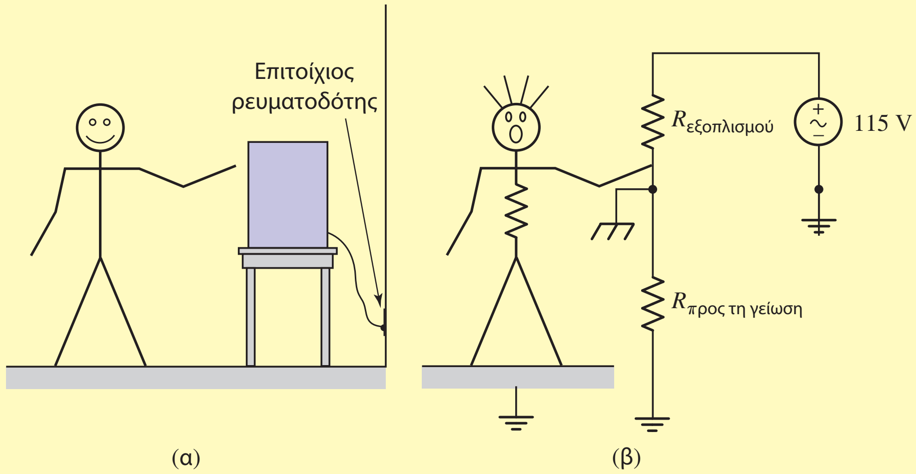
Το γεγονός πως ο κοινός ακροδέκτης ενός κυκλώματος μπορεί να συνδεθεί ή όχι στην γείωση διαμέσου κάποιας διαδρομής μικρής αντίστασης, μπορεί να οδηγήσει σε δυνητικά επικίνδυνες καταστάσεις. Θεωρείστε το διάγραμμα του Σχήματος 3.43α που απεικονίζει ένα αθώο επισκέπτη ο οποίος πρόκειται να αγγίζει ένα τμήμα εξοπλισμού που συνδέεται σε μία πρίζα εναλλασσόμενου ρεύματος. Έστω πως μόνο οι δύο από τους τρεις ακροδέκτες της επιτοίχιας πρίζας έχουν χρησιμοποιηθεί, ενώ η στρογγυλή ακίδα της γείωσης της υποδοχής δεν έχει συνδεθεί. Οι κοινοί ακροδέκτες όλων των κυκλωμάτων του εξοπλισμού έχουν συνενωθεί και έχουν συνδεθεί στο αγώγιμο περίβλημα της συσκευής· αυτός ο κοινός ακροδέκτης συχνά συμβολίζεται χρησιμοποιώντας το σύμβολο της **γείωσης του περιβλήματος** του Σχήματος 3.41γ. Δυστυχώς στην συσκευή υπάρχει ένα σφάλμα συρμάτωσης που οφείλεται είτε σε κακή κατασκευή είτε σε φθορά λόγω της καθημερινής χρήσης. Σε κάθε περίπτωση, το περίβλημα δεν είναι "γειωμένο" και κατά συνέπεια υπάρχει μία πολύ μεγάλη αντίσταση ανάμεσα στην γείωση του περιβλήματος και στην θεμελιακή γείωση. Ένα ψευδο-σχηματικό διάγραμμα (που χαρακτηρίζεται από κάποιο βαθμό ελευθερίας στη σχεδίαση όσον αφορά την ισοδύναμη αντίσταση του ατόμου) αυτής της κατάστασης παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.43β. Η ηλεκτρική διαδρομή ανάμεσα στο αγώγιμο περίβλημα και το έδαφος μπορεί στην πραγματικότητα να είναι το τραπέζι, που θα μπορούσε να αναπαραστήσει μία αντίσταση της τάξεως των μερικών εκατοντάδων MΩ ή ακόμη και μεγαλύτερης. Ωστόσο, η αντίσταση του ατόμου είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μικρότερη. Από τη στιγμή που το άτομο χτυπά ελαφρά τη συσκευή για να ελέγξει γιατί δεν λειτουργεί σωστά .... λοιπόν, ας πούμε απλά πως όλες οι ιστορίες δεν έχουν ευτυχές τέλος.



ΣΧΗΜΑ 3.42: Το κύκλωμα του Σχήματος 3.40 ανασχεδιασμένο χρησιμοποιώντας το σύμβολο της θεμελιακής γείωσης. Το δεξιότερο όλων σύμβολο γείωσης είναι περιττό· χρειάζεται μόνο για την περιγραφή του θετικού ακροδέκτη της τάσης v_α· στην περίπτωση αυτή η αρνητική αναφορά έχει γειωμένη, δηλαδή βρίσκεται στα μηδέν volts.

Το γεγονός πως η "γείωση" δεν είναι πάντοτε η "θεμελιακή γείωση" μπορεί να οδηγήσει στην εμφάνιση ενός μεγάλου εύρους προβλημάτων ασφαλείας και ηλεκτρικού θορύβου. Ένα τέτοιο παράδειγμα εμφανίζεται περιστασιακά στα παλαιά κτήρια, στα οποία οι υδραυλικές σωληνώσεις αρχικά κατασκευαζόταν από ηλεκτρικά αγώγιμους χάλκινους σωλήνες. Σε τέτοια κτήρια, ο κάθε σωλήνας νερού συχνά αντιμετωπιζόταν ως μία διαδρομή χαμηλής αντίστασης προς τη γη και για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνταν σε πολλές ηλεκτρικές συνδέσεις. Ωστόσο, όταν οι διαβρωμένοι σωλήνες αντικατασταθούν με πιο σύγχρονους και οικονομικά αποδοτικούς σωλήνες PVC, αυτή η χαμηλής αντίστασης διαδρομή προς την γη, δεν υφίσταται πλέον. Ένα σχετικό με αυτό πρόβλημα εμφανίζεται επίσης όταν η σύνθεση της γης μεταβάλλεται σε πολύ μεγάλο βαθμό μέσα στα όρια κάποιας περιοχής. Σε τέτοιες περιπτώσεις, είναι δυνατό να έχουμε δύο ξεχωριστά κτήρια στα οποία οι δύο "θεμελιακές γειώσεις" δεν είναι ίσες κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την ροή ρεύματος.

Σε όλη την έκταση αυτού του βιβλίου, θα χρησιμοποιηθεί αποκλειστικά το σύμβολο της θεμελιακής γείωσης. Ωστόσο, αξίζει να θυμόμαστε πως στην πράξη οι γειώσεις που κατασκευάζουμε δεν έχουν όλες την ίδια αντίσταση.



ΣΧΗΜΑ 3.43: (α) Ένα σκίτσο ενός αθώου ανθρώπου που πρόκειται να ακουμπήσει ένα ακατάλληλα γειωμένο τμήμα εξοπλισμού. Αυτό που θα γίνει δεν είναι κάτι όμορφο. (β) Σχηματικό διάγραμμα ενός ισοδύναμου κυκλώματος για την κατάσταση έτσι όπως αυτή πρόκειται να εξελιχθεί· ο άνθρωπος έχει αναπαρασταθεί με μία ισοδύναμη αντίσταση όπως ακριβώς και ο εξοπλισμός. Η διαδρομή προς το έδαφος που δεν περιλαμβάνει τον άνθρωπο αναπαρίσταται και αυτή από μία άλλη αντίσταση.

ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

Ξεκινήσαμε αυτό το κεφάλαιο συζητώντας για τις συνδέσεις των στοιχείων κυκλώματος και εισάγοντας τους όρους *κόμβος*, *διαδρομή*, *βρόχος* και *κλάδος*. Τα επόμενα δύο θέματα θα μπορούσαν να θεωρηθούν τα πιο σημαντικά σε ολόκληρο το βιβλίο, δηλαδή ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff και ο νόμος των εντάσεων του Kirchhoff. Ο πρώτος νόμος προέρχεται από την διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου και αποτελεί συνέπεια του ότι "αυτό που εισέρχεται (ρεύμα) θα πρέπει να εξέλθει". Ο δεύτερος νόμος στηρίζεται στην διατήρηση της ενέργειας και αποτελεί συνέπεια του ότι "αυτό που αυξάνεται (δυναμικό) θα πρέπει να μειωθεί". Αυτοί οι δύο νόμοι μας επιτρέπουν να αναλύσουμε *οποιοδήποτε* κύκλωμα, γραμμικό ή όχι, υπό την προϋπόθεση πως είμαστε σε θέση να συσχετίσουμε την τάση και το ρεύμα που σχετίζονται με παθητικά στοιχεία (όπως είναι για παράδειγμα ο νόμος του Ohm για την ωμική αντίσταση). Στην περίπτωση ενός κυκλώματος απλού βρόχου, τα στοιχεία του συνδέονται *εν σειρά* και κατά συνέπεια το κάθε ένα από αυτά διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα. Από την άλλη πλευρά, το κύκλωμα απλού ζεύγους κόμβων στο οποίο τα στοιχεία συνδέονται *παράλληλα* μεταξύ τους, χαρακτηρίζεται από μία απλή διαφορά δυναμικού που είναι η ίδια για όλα τα στοιχεία του κυκλώματος. Επεκτείνοντας αυτές τις έννοιες, έχουμε τη δυνατότητα να αναπτύξουμε τρόπους απλοποίησης πηγών τάσης που συνδέονται σε σειρά ή πηγών ρεύματος που συνδέονται παράλληλα, ενώ στη συνέχεια καταλήξαμε σε κλασσικές εκφράσεις για την εν σειρά και την παράλληλη σύνδεση ωμικών αντιστάσεων. Το τελευταίο ζήτημα που θίξαμε, η διαίρεση τάσης και έντασης, βρίσκει αξιοσημείωτη χρήση στην σχεδίαση κυκλωμάτων όπου απαιτείται μία τάση ή ένα ρεύμα, αλλά η επιλογή μας όσον αφορά την πηγή είναι περιορισμένη.

Ας ολοκληρώσουμε το κεφάλαιο προχωρώντας στην ανασκόπηση ορισμένων σημείων κλειδιών και τονίζοντας τα κατάλληλα παραδείγματα.

- ◇ Ο νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff δηλώνει πως το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχονται στον κάθε κόμβο είναι ίσο με το μηδέν (δείτε τα Παραδείγματα 3.1 και 3.4).

- Ο νόμος των τάσεων του Kirchhoff δηλώνει πως το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων κατά μήκος μιας οποιασδήποτε κλειστής διαδρομής ενός κυκλώματος είναι ίσο με το μηδέν (δείτε τα Παραδείγματα 3.2 και 3.3).
- Όλα τα στοιχεία σε ένα κύκλωμα που μεταφέρουν το ίδιο ρεύμα λέμε πως συνδέονται εν σειρά (δείτε το Παράδειγμα 3.5).
- Τα στοιχεία ενός κυκλώματος που έχουν στα άκρα τους κοινή διαφορά δυναμικού λέμε πως συνδέονται παράλληλα (δείτε τα Παραδείγματα 3.6 και 3.7).
- Οι πηγές τάσεις που είναι συνδεδεμένες εν σειρά μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή πηγή, υπό την προϋπόθεση πως θα πρέπει να φροντίσουμε ώστε να ληφθεί υπ' όψιν η πολικότητα της κάθε επιμέρους πηγής (δείτε τα Παραδείγματα 3.8 και 3.10).
- Οι πηγές ρεύματος που είναι συνδεδεμένες παράλληλα μπορούν να αντικατασταθούν από μία απλή πηγή, υπό την προϋπόθεση πως θα πρέπει να φροντίσουμε ώστε να ληφθεί υπ' όψιν η φορά του βέλους της κάθε πηγής.
- Ένας συνδυασμός N ωμικών αντιστάσεων συνδεδεμένων εν σειρά, μπορεί να αντικατασταθεί από μία απλή ωμική αντίσταση με τιμή $R_{\text{ισοδ.}} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N$ (δείτε το Παράδειγμα 3.11).
- Ένας συνδυασμός N ωμικών αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα, μπορεί να αντικατασταθεί από μία απλή ωμική αντίσταση με τιμή

  $$\frac{1}{R_{\text{ισοδ.}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

  (δείτε το Παράδειγμα 3.12).
- Η διαίρεση τάσης μας επιτρέπει να υπολογίσουμε ποιο κλάσμα της συνολικής τάσης στα άκρα μιας συστοιχίας αντιστάσεων συνδεδεμένων εν σειρά υφίσταται πτώση κατά μήκος της κάθε μιας από τις αντιστάσεις (ή μιας ομάδας αντιστάσεων) (δείτε το Παράδειγμα 3.13).
- Η διαίρεση ρεύματος μας επιτρέπει να υπολογίσουμε ποιο κλάσμα του συνολικού ρεύματος που εισέρχεται σε μία συστοιχία αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα, ρέει διαμέσου οποιασδήποτε από αυτές τις αντιστάσεις (δείτε το Παράδειγμα 3.14).

ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΜΕΛΕΤΗ

Μία συζήτηση περί των αρχών της διατήρησης της ενέργειας και του φορτίου καθώς και περί των νόμων του Kirchhoff μπορεί να βρεθεί στο βιβλίο

R. Feynman, R.B. Leighton, and M.L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Volume 1, Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989, pp. 4-1,4-7 and 25-9.

Λεπτομερείς συζητήσεις περί διαφόρων ζητημάτων πρακτικών γείωσης που να είναι σε συμφωνία με τον Εθνικό Ηλεκτρικό Κώδικα® του 2008 μπορούν να βρεθούν στο βιβλίο

J.E. McPartland, B.J. McPartland, and F.P. Hartwell, *McGraw-Hills National Electrical Code® Handbook*, 26th Ed, New York, McGraw-Hill, 2008.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.1 Κόμβοι, Διαδρομές, Βρόχοι και Κλάδοι

1 Αναφερόμενοι στο κύκλωμα που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.44 να μετρήσετε το πλήθος (α) των κόμβων, (β) των στοιχείων και (γ) των κλάδων.