

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<i>Οι συγγραφείς</i>	19
<i>Πρόλογος</i>	21
<i>Ευχαριστίες</i>	25

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: *Η φύση των μαθηματικών οικονομικών*

1.1 Μαθηματικά και μη μαθηματικά οικονομικά	29
1.2 Μαθηματικά οικονομικά και οικονομετρία	32

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: *Οικονομικά υποδείγματα*

2.1 Συστατικά ενός μαθηματικού υποδείγματος	33
2.2 Το σύστημα των πραγματικών αριθμών	37
2.3 Η έννοια των συνόλων	39
Ασκήσεις 2.3	46
2.4 Σχέσεις και συναρτήσεις	48
Ασκήσεις 2.4	54
2.5 Τύποι συναρτήσεων	56
Ασκήσεις 2.5	62
2.6 Συναρτήσεις δύο ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών	63
2.7 Γενικεύσεις	65

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ
ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
(Ή ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Ανάλυση ισορροπίας στα οικονομικά

3.1 Η έννοια της ισορροπίας	71
3.2 Μερική ισορροπία αγοράς – Ένα γραμμικό υπόδειγμα	73
Ασκήσεις 3.2	77
3.3 Μερική ισορροπία της αγοράς – Ένα μη γραμμικό υπόδειγμα	78
Ασκήσεις 3.3	85
3.4 Γενική ισορροπία αγοράς	86
Ασκήσεις 3.4	94
3.5 Ισορροπία στην ανάλυση εθνικού εισοδήματος	94
Ασκήσεις 3.5	96

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Γραμμικά υποδείγματα και άλγεβρα πινάκων

4.1 Πίνακες και διανύσματα	98
Ασκήσεις 4.1	101
4.2 Πράξεις μεταξύ πινάκων	102
Ασκήσεις 4.2	111
4.3 Παρατηρήσεις στις πράξεις διανυσμάτων	113
Ασκήσεις 4.3	122
4.4 Μεταθετική, προσεταιριστική και επιμεριστική ιδιότητα	124
Ασκήσεις 4.4	128
4.5 Ταυτοτικοί και μηδενικοί πίνακες	129
Ασκήσεις 4.5	133
4.6 Ανάστροφοι και αντίστροφοι	134
Ασκήσεις 4.6	141
4.7 Πεπερασμένες αλυσίδες Markov	141
Ασκήσεις 4.7	145

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Γραμμικά υποδείγματα και άλγεβρα πινάκων
(συνέχεια)

5.1 Συνθήκες για την αντίστροφη ενός πίνακα	147
---	-----

Ασκήσεις 5.1	155
5.2 Κριτήριο αντίστροφης με χρήση ορίζουσας	157
Ασκήσεις 5.2	164
5.3 Βασικές ιδιότητες οριζουσών	165
Ασκήσεις 5.3	171
5.4 Πώς βρίσκουμε τον αντίστροφο πίνακα	172
Ασκήσεις 5.4	177
5.5 Ο κανόνας του Cramer	178
Ασκήσεις 5.5	184
5.6 Εφαρμογή στα υποδείγματα αγοράς και εθνικού εισοδήματος	185
Ασκήσεις 5.6	191
5.7 Υποδείγματα εισροών-ποσοτήτων Leontief	192
Ασκήσεις 5.7	204
5.8 Περιορισμοί της στατικής ανάλυσης	205

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΗ ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Συγκριτική ανάλυση και η έννοια της παραγώγου

6.1 Η φύση της συγκριτικής στατικής	209
6.2 Ρυθμός μεταβολής και η παράγωγος	210
Ασκήσεις 6.2	214
6.3 Η παράγωγος και η κλίση μιας καμπύλης	214
6.4 Η έννοια του ορίου	216
Ασκήσεις 6.4	225
6.5 Παράκαμψη: Ανισώσεις και απόλυτες τιμές	226
Ασκήσεις 6.5	231
6.6 Θεωρήματα ορίων	231
Ασκήσεις 6.6	234
6.7 Συνέχεια και διαφορισιμότητα μιας συνάρτησης	234
Ασκήσεις 6.7	242

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: Κανόνες παραγωγίσης και η χρήση τους
στη συγκριτική στατική**

7.1 Κανόνες παραγωγίσης συναρτήσεων μιας μεταβλήτης	245
Ασκήσεις 7.1	250
7.2 Κανόνες παραγωγίσης δύο ή περισσότερων συναρτήσεων της ίδιας μεταβλητής	251
Ασκήσεις 7.2	262
7.3 Κανόνες παραγωγίσης συναρτήσεων διαφορετικών μεταβλητών	264
Ασκήσεις 7.3	269
7.4 Μερική παραγωγή	270
Ασκήσεις 7.4	275
7.5 Εφαρμογές στη συγκριτική στατική ανάλυση	276
Ασκήσεις 7.5	283
7.6 Σημείωση για τις Ιακωβιανές ορίζουσες	284
Ασκήσεις 7.6	287

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Συγκριτική στατική ανάλυση υποδειγμάτων
γενικών συναρτήσεων**

8.1 Διαφορικά	291
Ασκήσεις 8.1	297
8.2 Ολικά διαφορικά	298
Ασκήσεις 8.2	301
8.3 Κανόνες διαφορικών	302
Ασκήσεις 8.3	305
8.4 Ολικές παράγωγοι	305
Ασκήσεις 8.4	312
8.5 Παράγωγοι πεπλεγμένων συναρτήσεων	312
Ασκήσεις 8.5	327
8.6 Συγκριτική στατική υποδειγματικών γενικών συναρτήσεων	329
Ασκήσεις 8.6	347
8.7 Αδυναμίες της συγκριτικής στατικής	349

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: *Βελτιστοποίηση: μια ειδική περίπτωση ανάλυσης ισορροπίας*

9.1 Βέλτιστες τιμές και ακρότατες τιμές	354
9.2 Σχετικά μέγιστα και ελάχιστα: Κριτήριο πρώτης παραγώγου	355
Ασκήσεις 9.2	362
9.3 Δεύτερη και μεγαλύτερες παράγωγοι	363
Ασκήσεις 9.3	372
9.4 Κριτήριο δεύτερης παραγώγου	373
Ασκήσεις 9.4	385
9.5 Σειρές Maclaurin και Taylor	386
Ασκήσεις 9.5	397
9.6 Κριτήριο N -οστής παραγώγου για τοπικό ακρότατο μιας συνάρτησης με μια μεταβλητή	398
Ασκήσεις 9.6	404

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: *Εκθετικές και λογαριθμικές συναρτήσεις*

10.1 Η φύση των εκθετικών συναρτήσεων	406
Ασκήσεις 10.1	412
10.2 Φυσικές εκθετικές συναρτήσεις και το πρόβλημα της μεγέθυνσης	413
Ασκήσεις 10.2	422
10.3 Λογάριθμοι	423
Ασκήσεις 10.3	429
10.4 Λογαριθμικές συναρτήσεις	430
Ασκήσεις 10.4	435
10.5 Παράγωγοι εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων	437
Ασκήσεις 10.5	444
10.6 Βέλτιστος χρόνος	445
Ασκήσεις 10.6	449
10.7 Περαιτέρω εφαρμογές των εκθετικών και λογαριθμικών παραγώγων	450
Ασκήσεις 10.7	455

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: *Η περίπτωση περισσότερων της μιας μεταβλητών επιλογής*

11.1	Η διαφορική εκδοχή των συνθηκών βελτιστοποίησης	458
11.2	Ακρότατες τιμές μιας συνάρτησης δύο μεταβλητών	461
	Ασκήσεις 11.2	471
11.3	Τετραγωνικές μορφές – Μια αναδρομή	472
	Ασκήσεις 11.3	488
11.4	Αντικειμενικές συναρτήσεις με περισσότερες από δύο μεταβλητές	490
	Ασκήσεις 11.4	496
11.5	Συνθήκες δεύτερης τάξης ως προς την κοιλότητα και την κυρτότητα	497
	Ασκήσεις 11.5	517
11.6	Οικονομικές εφαρμογές	518
	Ασκήσεις 11.6	534
11.7	Συγκριτική στατική της βελτιστοποίησης	535
	Ασκήσεις 11.7	540

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: *Βελτιστοποίηση με εξισώσεις ως περιορισμούς*

12.1	Οι συνέπειες ενός περιορισμού	544
12.2	Ορίζοντας τις στάσιμες τιμές	546
	Ασκήσεις 12.2	555
12.3	Συνθήκες δεύτερης τάξης	556
	Ασκήσεις 12.3	567
12.4	Οιονεί-κοιλότητα και οιονεί-κυρτότητα	568
	Ασκήσεις 12.4	584
12.5	Μεγιστοποίηση της χρησιμότητας και ζήτηση του καταναλωτή	586
	Ασκήσεις 12.5	598
12.6	Ομογενείς συναρτήσεις	599
	Ασκήσεις 12.6	609
12.7	Ο συνδυασμός ελάχιστου κόστους των εισροών	610
	Ασκήσεις 12.7	627

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: *Περαιτέρω ζητήματα βελτιστοποίησης*

13.1 Ο μη γραμμικός προγραμματισμός και οι συνθήκες Kuhn-Tucker	629
Ασκήσεις 13.1	644
13.2 Ο όρος του περιορισμού.	645
Ασκήσεις 13.2	654
13.3 Οικονομικές εφαρμογές	655
Ασκήσεις 13.3	663
13.4 Ικανά θεωρήματα στον μη γραμμικό προγραμματισμό	664
Ασκήσεις 13.4	669
13.5 Συναρτήσεις μέγιστης τιμής και το θεώρημα της περιβάλλουσας	670
13.6 Διικότητα και το θεώρημα της περιβάλλουσας	680
Ασκήσεις 13.6	690
13.7 Μερικές συμπερασματικές σημειώσεις	691

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ
ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14: *Οικονομική δυναμική και ολοκληρωτικός λογισμός*

14.1 Δυναμική και ολοκλήρωση	696
14.2 Αόριστα ολοκληρώματα	698
Ασκήσεις 14.2	709
14.3 Ορισμένα ολοκληρώματα	710
Ασκήσεις 14.3	720
14.4 Γενικευμένα (μη γνήσια) ολοκληρώματα	722
Ασκήσεις 14.4	726
14.5 Μερικές εφαρμογές των ολοκληρωμάτων στην οικονομία.	726
Ασκήσεις 14.5	735
14.6 Υπόδειγμα μεγέθυνσης του Domar.	736
Ασκήσεις 14.6	742

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15: *Συνεχής χρόνος: Διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης*

15.1	Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης με σταθερό συντελεστή και σταθερό όρο	743
	Ασκήσεις 15.1	749
15.2	Η δυναμική της τιμής αγοράς	750
	Ασκήσεις 15.2	755
15.3	Μεταβλητός συντελεστής και μεταβλητός όρος	756
	Ασκήσεις 15.3	760
15.4	Ακριβείς διαφορικές εξισώσεις	760
	Ασκήσεις 15.4	768
15.5	Μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης και πρώτου βαθμού	768
	Ασκήσεις 15.5	773
15.6	Η ποιοτική-διαγραμματική προσέγγιση	774
	Ασκήσεις 15.6	778
15.7	Το υπόδειγμα μεγέθυνσης του Solow	779
	Ασκήσεις 15.7	784

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16: *Διαφορικές εξισώσεις ανώτερης τάξης*

16.1	Διαφορικές εξισώσεις δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές και σταθερό όρο	786
	Ασκήσεις 16.1	796
16.2	Μιγαδικοί αριθμοί και κυκλικές συναρτήσεις	797
	Ασκήσεις 16.2	812
16.3	Ανάλυση της περίπτωσης μιγαδικής ρίζας	814
	Ασκήσεις 16.3	821
16.4	Ένα υπόδειγμα αγοράς με προσδοκίες τιμών	821
	Ασκήσεις 16.4	828
16.5	Η αλληλεπίδραση πληθωρισμού και ανεργίας	829
	Ασκήσεις 16.5	836
16.6	Διαφορικές εξισώσεις με ένα μεταβλητό όρο	837
	Ασκήσεις 16.6	841
16.7	Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις ανώτερης τάξης	841
	Ασκήσεις 16.7	845

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17: Διακριτός χρόνος: Εξισώσεις διαφορών
πρώτης τάξης**

17.1 Διακριτός χρόνος, διαφορές και εξισώσεις διαφορών	848
17.2 Επιλύοντας μια εξίσωση διαφορών πρώτης τάξης	850
Ασκήσεις 17.2	857
17.3 Η δυναμική ευστάθεια της ισορροπίας.	857
Ασκήσεις 17.3	862
17.4 Το υπόδειγμα του ιστού της αράχνης	863
Ασκήσεις 17.4	868
17.5 Ένα υπόδειγμα αγοράς με αποθέματα	869
Ασκήσεις 17.5	874
17.6 Μη γραμμικές εξισώσεις διαφορών – Μια ποιοτική προσέγγιση με γράφημα	874
Ασκήσεις 17.6	881

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18: Εξισώσεις διαφορών ανώτερης τάξης

18.1 Εξισώσεις διαφορών δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές και σταθερό όρο	884
Ασκήσεις 18.1	894
18.2 Το υπόδειγμα αλληλεπίδρασης πολλαπλασιαστή-επιταχυντή του Samuelson	894
Ασκήσεις 18.2	903
18.3 Πληθωρισμός και ανεργία σε διακριτό χρόνο	903
Ασκήσεις 18.3	910
18.4 Γενικεύσεις για την περίπτωση μεταβλητού όρου και εξισώσεων ανώτερης τάξης	910
Ασκήσεις 18.4	919

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19: Ταυτόχρονες διαφορικές εξισώσεις και εξισώσεις
διαφορών**

19.1 Η γένεση των δυναμικών συστημάτων	921
19.2 Πώς επιλύονται οι ταυτόχρονες δυναμικές εξισώσεις	924
Ασκήσεις 19.2	936
19.3 Δυναμικά υποδείγματα εισροών-ποσοτήτων	937
Ασκήσεις 19.3	945

19.4 Το υπόδειγμα πληθωρισμού-ανεργίας άλλη μια φορά	947
Ασκήσεις 19.4	953
19.5 Διαγράμματα φάσεων δύο μεταβλητών	954
Ασκήσεις 19.5	967
19.6 Γραμμικοποίηση ενός μη γραμμικού συστήματος διαφορικών εξισώσεων	968
Ασκήσεις 19.6	977

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20: Θεωρία βέλτιστου ελέγχου

20.1 Η φύση του βέλτιστου ελέγχου	979
20.2 Εναλλακτικές τελικές συνθήκες	990
Ασκήσεις 20.2	996
20.3 Αυτόνομα προβλήματα	997
20.4 Οικονομικές εφαρμογές	999
Ασκήσεις 20.4	1004
20.5 Άπειρος χρονικός ορίζοντας	1004
20.6 Περιορισμοί της δυναμικής ανάλυσης	1011
<i>Μαθηματικά σύμβολα</i>	1013
<i>Βιβλιογραφία</i>	1017
<i>Απαντήσεις επιλεγμένων ασκήσεων</i>	1021
<i>Ευρετήριο όρων</i>	1043