

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι & ΙΙ – ΤΟΜΟΣ Α'

---

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

##### ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

---

1. Στοιχεία από τη θεωρία των συνόλων.....	5
2. Ιδιότητες διάταξης στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.....	7
3. Απόλυτες τιμές.....	8
4. Περιοχή σημείου.....	9
5. Μαθηματική επαγωγή.....	9
6. Έννοια αξιώματος.....	13
7. Εκθετική συνάρτηση.....	13
8. Λογαριθμική συνάρτηση $f(x) = \log_a x$ .....	14
9. Τριγωνομετρικές εξισώσεις.....	15
10. Τριώνυμο 2ου βαθμού.....	17

---

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

##### ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

---

1. Εύρεση του πεδίου ορισμού πραγματικών συναρτήσεων πραγματικής μεταβλητής.....	24
2. Φράγματα, min, max.....	25
3. Είδη συναρτήσεων.....	26
4. Περιορισμός και επέκταση συνάρτησης.....	28
5. Ακέραιο μέρος πραγματικού αριθμού.....	29
6. Μονοτονία συνάρτησης.....	30
7. Αντίστροφη συνάρτηση.....	34
8. Σύθεση συναρτήσεων.....	40
9. Σύθεση συναρτήσεων πολλαπλού ορισμού.....	42
10. Μονοτονία εκθετικής συνάρτησης.....	44
• Βοηθητικές προτάσεις από τη θεωρία των πολυωνύμων.....	45
- Ασκήσεις.....	77
• Σχήματα κλασικών συναρτήσεων 1 <sup>ου</sup> και 2 <sup>ου</sup> βαθμού.....	99
• Γραφική παράσταση ακεραίου μέρους του $x$ .....	109

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**  
**ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ**

---

1. Μονοτονία.....	116
• Χρήσιμες ανισώσεις.....	118
• Εφαρμογή ανίσωσης Bernoulli στη μονοτονία.....	119
2. Φράγματα.....	123
• Μέθοδοι ευρέσεως φραγμάτων.....	125
- Ασκήσεις.....	127
3. Φράγματα σε ακολουθίες αθροισμάτων.....	130
- Ασκήσεις.....	138

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**  
**ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΑΚΟΛΟΥΘΙΩΝ**

---

1. Μηδενικές ακολουθίες – Συγκλίνουσες ακολουθίες.....	145
• Απόδειξη σύγκλισης.....	149
- Ασκήσεις.....	151
2. Θεωρήματα και ιδιότητες συγκλινουσών ακολουθιών.....	152
3. Ιδιότητες των ορίων.....	160
4. Ειδικά θέματα, D' Alembert, Cauchy.....	164
5. Αναδρομικές ακολουθίες πρώτης τάξεως.....	169
6. Αναδρομικές ακολουθίες δευτέρας τάξεως.....	185
7. Ακολουθία Fibonacci.....	188
• Θεώρημα Stolz.....	196
8. Εύρεση βάσης φυσικών λογαρίθμων.....	207
• Συμβολισμός $n$ -παραγοντικού και διώνυμο Newton σε γενική μορφή.....	208
• Ανισωτικές σχέσεις.....	213
9. Απειριζόμενες ακολουθίες.....	220
10. Ειδικά θέματα στις απειριζόμενες ακολουθίες.....	226
• Κριτήριο D' Alembert για απειριζόμενες ακολουθίες.....	226
• Πρόταση Cauchy και θεώρημα Stolz για απειριζόμενες ακολουθίες.....	228
11. Κιβωτισμός του Candor.....	232
- Ασκήσεις.....	234
• Πρόταση χρήσεως ακεραίου μέρους.....	237

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**  
**ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ - ΟΡΙΑ**

---

1. Σύγκλιση συνάρτησης.....	251
2. Ιδιότητες των ορίων συναρτήσεων.....	253
• Κριτήριο μη σύγκλισης.....	264
3. Μέθοδοι υπολογισμού ορίων συναρτήσεων.....	266
4. Όρια Ειδικών Συναρτήσεων.....	270
5. Όρια με παραμέτρους – Διερεύνηση.....	275
6. Ασύμπτωτοι συναρτήσεων.....	283
• Παραδείγματα απόδειξης σύγκλισης.....	286
7. Εύρεση ορίου με αλλαγή μεταβλητής.....	289
• Γενικός μετασχηματισμός απροσδιόριστων μορφών.....	297
8. Βοηθητικές προτάσεις από την τριγωνομετρία.....	309
9. Υπολογισμός ορίου σε συναρτήσεις ακέραιου μέρους.....	314
- Ασκήσεις.....	317

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**  
**ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

---

1. Συνέχεια συνάρτησης.....	345
2. Πράξεις μεταξύ συνεχών συναρτήσεων.....	349
3. Συνέχεια στοιχειωδών συναρτήσεων.....	352
4. Θεωρήματα συνεχών συναρτήσεων Bolzano - Weierstras.....	357
- Ασκήσεις.....	369
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	387

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι & ΙΙ – ΤΟΜΟΣ Β'

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

#### ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

1. Παράγωγοι συναρτήσεων.....	395
• Συμβολισμός διαφορικού.....	396
2. Παράγωγοι των πράξεων.....	399
• Σχήμα μη παραγωγίσιμης.....	421
• Γωνία δύο καμπύλων.....	422
• Παράγωγοι ανωτέρας τάξεως.....	427
- Ασκήσεις παραγώγων.....	438
3. Παράγωγος γινομένου ανωτέρας τάξεως - Τύπος του Leibniz.....	456
- Ασκήσεις με τον ορισμό της παραγώγου και ιδιότητες.....	460
4. Παράγωγος με παραμετρική μορφή.....	464
5. Εφαρμογές παραγώγων.....	466
6. Θεώρημα του Fermat.....	470
7. Θεώρημα του Rolle.....	469
8. Θεώρημα μέσης τιμής ή θεώρημα του Lagrange.....	471
9. Θεώρημα του Cauchy.....	472
10. Θεωρήματα που αποτελούν εφαρμογές των προηγούμενων.....	473
• Κυρτότητα καμπύλης.....	476
• Σημεία καμπής.....	478
• Ανίσωση Jensen.....	479
• Νόμος De L' Hospital.....	481
11. Γενίκευση του θεωρήματος άκρων τιμών.....	482
• Τύπος του Taylor.....	483
• Τύπος του Mac-Laurin.....	485
12. Γραφική παράσταση συνάρτησης.....	490
- Λυμένες ασκήσεις παραγώγων.....	497
• Πολλαπλότητα ρίζας πολυωνύμου.....	497
• Κρίσιμα σημεία.....	585
- Ασκήσεις.....	588
13. Παρατήρηση εύρεσης του $R(f)$ όταν έχω περιορισμό στο $D$ .....	618
14. Χρήση παραγώγων σε εμβαδά και όγκους.....	620

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2**  
**ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ**

---

1. Ολοκληρώματα.....	633
• Τύποι ιδιοτήτων ορισμένου ολοκληρώματος.....	636
• Ιδιότητες συμβόλου $\sum_{i=1}^n$ .....	638
• Τύπος Chebyshev.....	640
2. Θεώρημα μέσης τιμής του ολοκληρωτικού λογισμού.....	643
• Παράγουσα συνάρτηση.....	643
• Θεώρημα Newton - Leibniz.....	645
• Τύποι αόριστων ολοκληρωμάτων.....	646
• Τύποι ολοκληρωμάτων αντίστροφων κυκλικών συναρτήσεων.....	648
3. Αλλαγή μεταβλητής στο ορισμένο ολοκλήρωμα.....	649
4. Τύπος ολοκλήρωσης κατά παράγοντες.....	650
5. Μέθοδοι υπολογισμού αόριστων ολοκληρωμάτων.....	651
- Ασκήσεις.....	652
6. Μέθοδος ολοκλήρωσης κατά παράγοντες.....	658
- Ασκήσεις.....	659
7. Μέθοδος αυθαίρετων συντελεστών.....	661
- Ασκήσεις.....	663
8. Ολοκλήρωση ρητών παραστάσεων.....	664
• Ανάλυση κλάσματος σε άθροισμα κλασμάτων.....	665
• Τύπος Ostrogradsky.....	671
- Ασκήσεις.....	669
9. Ολοκληρώματα ρητών παραστάσεων των ημχ, συνχ.....	672
• Ειδικές περιπτώσεις τριγωνομετρικών μετασχηματισμών.....	674
- Ασκήσεις.....	673
10. Ολοκληρώματα άρρητων παραστάσεων - Μετασχηματισμοί Euler.....	678
- Ασκήσεις.....	681
11. Δυνάμεις με ρητό εκθέτη.....	682
- Ασκήσεις.....	684
12. Δυνάμεις με ρητό εκθέτη.....	685
- Ασκήσεις.....	686
13. Ολοκληρώματα παραστάσεων του $e^x$ .....	687
- Ασκήσεις.....	687
14. Ολοκληρώματα παραστάσεων του $\ln x$ .....	688

15. Αναγωγικοί ή αναδρομικοί τύποι.....	689
- Ασκήσεις.....	691
16. Ορισμένο ολοκλήρωμα.....	692
- Ασκήσεις.....	693
• Γεωμετρική σημασία ΘΜΤ.....	695
• Ανίσωση Swartz - Bunyakovsky.....	699
• Παραγωγή ολοκληρώματος.....	701
17. Προσεγγιστική μέθοδος υπολογισμού ολοκληρωμάτων.....	703
18. Ειδικές μορφές ορισμένων ολοκληρωμάτων.....	705
- Ασκήσεις.....	706
19. Εφαρμογή των ολοκληρωμάτων σε υπολογισμούς εμβαδών.....	712
- Ασκήσεις.....	719
• Παραδείγματα αθροισμάτων ακολουθιών.....	725
- Λυμένες ασκήσεις.....	731
20. Όγκος στερεού.....	741
21. Διαφορικές εξισώσεις.....	742
• Συμβολισμός μερικής παραγωγού και ολικού διαφορικού.....	743
22. Κατηγορίες διαφορικών εξισώσεων.....	744
- Ασκήσεις.....	746

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**  
**ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ**

---

1. Ορισμοί αλγεβρικών δομών.....	749
• Σχέση ισοδυναμίας και διατάξεως.....	754
• Ισοπλόλοιποι αριθμοί.....	755
• Διανυσματικοί χώροι.....	767
• Γραμμική εξάρτηση.....	770
• Αλλαγή αξόνων.....	779

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4**  
**ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΕΝΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**

---

1. Εσωτερικό ή αριθμητικό γινόμενο δύο διανυσμάτων.....	785
• Εξωτερικό γινόμενο.....	788
• Δισεξωτερικό και μικτό γινόμενο.....	790

2. Συνδυαστική ανάλυση.....	791
• θεώρημα διωνύμου.....	804

---

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**  
**ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

---

1. Μιγαδικοί αριθμοί.....	811
- Ασκήσεις.....	816
• Βασική άσκηση.....	833
• Ταυτότητα Lagrange.....	835
• Τριγωνομετρική γραφή μιγαδικού.....	841
• Τύπος De Moivre.....	842
• Μιγαδικές νιοστές ρίζες.....	843
• Τύπος του Euler.....	843
• Βασική άσκηση τριγωνομετρικής γραφής.....	846
• Χρήση τριγωνομετρικής γραφής μιγαδικού στην τριγωνομετρία.....	856
• Γεωμετρική παράσταση μιγαδικού και εύρεση γεωμετρικών τόπων.....	874
• Χρήση συμβόλου $\prod_{\lambda=0}^{\nu}$ .....	846
• Παραγοντοποιήσεις και υπολογισμοί παραστάσεων με τη χρήση του $\prod_{\lambda=0}^{\nu}$ .....	917
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....</b>	<b>937</b>