

Ηλεκτρικά πεδία

- H1.1** Ιδιότητες των ηλεκτρικών φορτίων
- H1.2** Φόρτιση αντικειμένων με επαγωγή
- H1.3** Ο νόμος του Coulomb
- H1.4** Το ηλεκτρικό πεδίο
- H1.5** Ηλεκτρικό πεδίο συνεχούς κατανομής φορτίων
- H1.6** Γραμμές ηλεκτρικού πεδίου
- H1.7** Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα ξεκινήσουμε τη μελέτη του ηλεκτρομαγνητισμού. Η σύνδεσή του με αυτά που έχουμε ήδη μελετήσει θα γίνει μέσα από την έννοια της *δύναμης*. Η ηλεκτρομαγνητική δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ φορτισμένων σωματιδίων είναι μία από τις θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης. Θα ξεκινήσουμε περιγράφοντας μερικές βασικές ιδιότητες μιας έκφανσης της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης, της ηλεκτρικής (ή ηλεκτροστατικής) δύναμης. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τον νόμο του Coulomb, τον θεμελιώδη νόμο που διέπει την ηλεκτρική δύναμη μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους φορτισμένων σωματιδίων. Κατόπιν θα εισαγάγουμε την έννοια του ηλεκτρικού πεδίου που σχετίζεται με μια κατανομή φορτίου και θα περιγράψουμε την επίδρασή του σε άλλα φορτισμένα σωματίδια. Έπειτα θα δείξουμε πώς χρησιμοποιούμε τον νόμο του Coulomb για να υπολογίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο μιας κατανομής φορτίου. Θα ολοκληρώσουμε το κεφάλαιο με τη μελέτη της κίνησης ενός φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

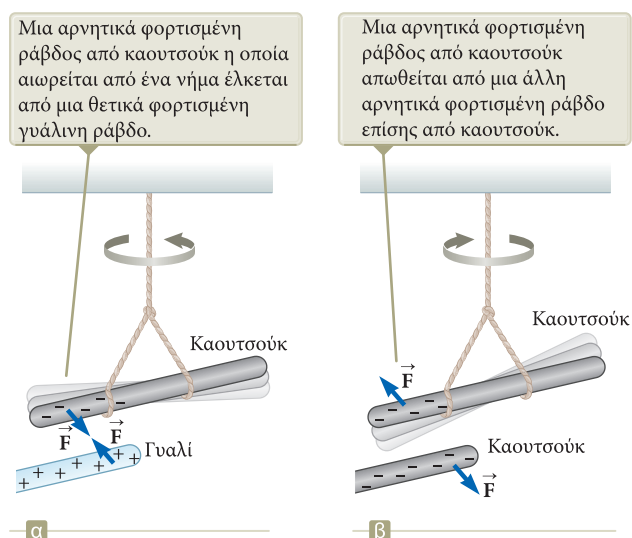


Μητέρα και κόρη «απολαμβάνουν» την επίδραση της ηλεκτρικής φόρτισης του σώματός τους. Κάθε τρίχα της κεφαλής τους φορτίζεται και ασκεί απωστική δύναμη στις άλλες τρίχες, με αποτέλεσμα τα μαλλιά-«καρφάκια» που φαίνονται στην εικόνα. (Με την άδεια του Resonance Research Corporation)

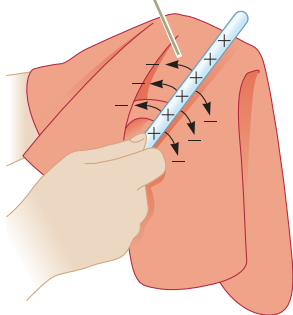
H1.1 Ιδιότητες των ηλεκτρικών φορτίων

Η ύπαρξη των ηλεκτρικών δυνάμεων μπορεί να αποδειχτεί με μερικά απλά πειράματα. Για παράδειγμα, αν τρίψουμε ένα μπαλόνι στα μαλλιά μας κατά τη διάρκεια μιας ξηρής ημέρας, θα διαπιστώσουμε ότι το μπαλόνι μπορεί να έλκει μικρά κομμάτια χαρτιού. Συχνά, αυτή η ελκτική δύναμη είναι τόσο ισχυρή ώστε τα κομματάκια χαρτιού «κρέμονται» από το μπαλόνι.

Εικόνα Η1.1 Η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ (α) αντίθετα φορισμένων σωμάτων και (β) όμοια φορισμένων σωμάτων.



Λόγω της διατήρησης του φορτίου, κάθε ηλεκτρόνιο προσθέτει αρνητικό φορτίο στο μεταξένιο ύφασμα και προσδίδει στη γυάλινη ράβδο ισότιμο θετικό φορτίο.



Εικόνα Η1.2 Όταν μια γυάλινη ράβδος τρίβεται σε μεταξωτό ύφασμα, μεταφέρονται ηλεκτρόνια από το γυαλί στο μεταξωτό ύφασμα. Επίσης, επειδή τα φορτία μεταφέρονται σε διακριτά πακέτα, τα φορτία στα δύο αντικείμενα είναι $\pm e$, ή $\pm 2e$, ή $\pm 3e$, κ.ο.κ.

Όταν ένα υλικό συμπεριφέρεται έτσι, τότε λέμε ότι έχει **ηλεκτριστεί** ή ότι έχει **φορτιστεί ηλεκτρικά**. Μπορείτε εύκολα να ηλεκτρίσετε το σώμα σας τρίβοντας δυνατά τα παπούτσια σας σε ένα μάλλινο χαλί. Για να αντιληφθείτε το ηλεκτρικό φορτίο στο σώμα σας, αρκεί να αγγίξετε απαλά έναν φίλο σας (και να τον ξαφνιάσετε με το «τίναγμα»). Αν οι συνθήκες είναι κατάλληλες, θα δείτε έναν σπινθήρα όταν τον αγγίξετε, ενώ και οι δύο σας θα νιώσετε ένα ελαφρύ «τσίμπημα». (Ένα τέτοιο πείραμα θα είναι πιο επιτυχημένο αν το πραγματοποιήσετε κατά τη διάρκεια μια ξηρής ημέρας, επειδή η υπερβολική υγρασία στον αέρα μπορεί να προκαλέσει «διαρροή» του συγκεντρωμένου φορτίου από το σώμα σας προς τη Γη.)

Ο Βενιαμίν Φραγκλίνος (1706–1790), με μια σειρά απλών πειραμάτων διαπίστωσε ότι υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρικών φορτίων, τα οποία ονόμασε **θετικά** και **αρνητικά**. Θεωρούμε ότι τα ηλεκτρόνια φέρουν αρνητικό φορτίο, ενώ τα πρωτόνια θετικό. Για να επιβεβαιώσουμε ότι όντως υπάρχουν δύο τύποι φορτίου, ας θεωρήσουμε ότι μια σκληρή ράβδος από καουτσούκ (εβονίτη), η οποία έχει τριφτεί σε γούνα, κρέμεται από ένα νήμα (Εικόνα Η1.1). Όταν στη ράβδο από καουτσούκ πλησιάσει μια γυάλινη ράβδος η οποία έχει τριφτεί σε μεταξωτό ύφασμα, τότε οι ράβδοι έλκονται (Εικ. Η1.1α). Αντίθετα, αν δύο φορισμένες ράβδοι από καουτσούκ (ή δύο φορισμένες γυάλινες ράβδοι) πλησιάσουν μεταξύ τους (Εικόνα Η1.1β), τότε αυτές απωθούνται. Αυτή η παρατήρηση μας δείχνει ότι το καουτσούκ και το γυαλί φέρουν δύο διαφορετικούς τύπους φορτίου. Με βάση αυτές τις παρατηρήσεις, συμπεραίνουμε ότι **τα ομόσημα φορτία απωθούνται ενώ τα ετερόσημα φορτία έλκονται**.

Σύμφωνα με τη σύμβαση του Φραγκλίνου, το ηλεκτρικό φορτίο της γυάλινης ράβδου λέγεται θετικό και εκείνο της ράβδου από καουτσούκ αρνητικό. Άρα, κάθε φορισμένο αντικείμενο που έλκεται από μια φορισμένη ράβδο από καουτσούκ (ή απωθείται από μια φορισμένη γυάλινη ράβδο) φέρει θετικό φορτίο, ενώ κάθε φορισμένο αντικείμενο που απωθείται από μια φορισμένη ράβδο από καουτσούκ (ή έλκεται από μια φορισμένη γυάλινη ράβδο) φέρει αρνητικό φορτίο.

Μια άλλη σημαντική πτυχή του ηλεκτρισμού, η οποία προκύπτει από πειραματικές παρατηρήσεις, είναι ότι στα κλειστά (μονωμένα) συστήματα, **το ηλεκτρικό φορτίο πάντα διατηρείται**. Δηλαδή, κατά την τριβή ενός αντικειμένου σε ένα άλλο, δεν παράγεται φορτίο. Η ηλεκτρίση οφείλεται στη **μεταφορά** φορτίου από το ένα αντικείμενο στο άλλο. Το ένα αντικείμενο αποκτά μια ποσότητα αρνητικού φορτίου ενώ το άλλο μια ποσότητα θετικού φορτίου. Για παράδειγμα, όταν μια γυάλινη ράβδος τρίβεται επάνω σε μεταξωτό ύφασμα, (Εικόνα Η1.2), το μεταξωτό ύφασμα αποκτά αρνητικό φορτίο ισόποσο του θετικού φορτίου της ράβδου. Γνωρίζοντας πλέον τη δομή του ατόμου, ξέρουμε ότι κατά την τριβή μεταφέρονται ηλεκτρόνια από το γυαλί στο μεταξωτό ύφασμα. Παρόμοια, όταν το καουτσούκ τρίβεται σε γούνα, μεταφέρονται

Το ηλεκτρικό φορτίο ▶ διατηρείται

ηλεκτρόνια από τη γούνα στο καουτσούκ, με αποτέλεσμα να δίνουν στο καουτσούκ συνολικά αρνητικό φορτίο και στη γούνα συνολικά θετικό φορτίο. Η διαδικασία αυτή είναι εφικτή επειδή η ουδέτερη, μη φορτισμένη ύλη περιέχει ίση ποσότητα θετικών φορτίων (πρωτόνια στους πυρήνες των ατόμων) και αρνητικών φορτίων (ηλεκτρόνια).

Το 1909, ο Robert Millikan (1868–1953) ανακάλυψε ότι το ηλεκτρικό φορτίο απαντά πάντα στη φύση ως ακέραιο πολλαπλάσιο μιας στοιχειώδους ποσότητας φορτίου e (δείτε την Ενότητα H3.7). Στη σύγχρονη ορολογία, λέμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο q είναι **κβαντισμένο**, όπου q είναι το τυποποιημένο σύμβολο που χρησιμοποιείται για τη μεταβλητή του φορτίου. Δηλαδή, το ηλεκτρικό φορτίο υπάρχει σε μορφή διακριτών «πακέτων», άρα μπορούμε να γράψουμε $q = \pm Ne$, όπου το N είναι ακέραιος αριθμός. Άλλα πειράματα της ίδιας χρονικής περιόδου έδειξαν ότι το ηλεκτρόνιο έχει φορτίο $-e$ ενώ το πρωτόνιο $+e$, δηλαδή έχει ίσο μέτρο αλλά αντίθετο πρόσημο. Ορισμένα σωματίδια, όπως τα νετρόνια, δεν έχουν φορτίο.

Πρόχειρο διαγώνισμα H1.1 Από ένα σύνολο τριών σωμάτων διαλέγουμε δύο κάθε φορά και τα φέρνουμε το ένα κοντά στο άλλο. Όταν πλησιάζουμε τα σώματα Α και Β, αυτά απωθούνται. Όταν πλησιάζουμε τα σώματα Β και Γ, επίσης απωθούνται. Ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι αληθείς; (α) Τα σώματα Α και Γ φέρουν ομόσημα φορτία. (β) Τα σώματα Α και Γ φέρουν ετερόσημα φορτία. (γ) Και τα τρία σώματα φέρουν ομόσημα φορτία. (δ) Ένα σώμα είναι ουδέτερο (δεν φέρει φορτίο). (ε) Πρέπει να γίνουν περισσότερα πειράματα για να προσδιοριστούν τα πρόσημα των φορτίων.

H1.2 Φόρτιση αντικειμένων με επαγωγή

Μας εξυπηρετεί να κατηγοριοποιούμε τα υλικά με κριτήριο αν τα ηλεκτρόνια μπορούν να κινούνται ή όχι μέσα σε αυτά:

Ηλεκτρικοί **αγωγοί** ονομάζονται τα υλικά στα οποία κάποια από τα ηλεκτρόνια είναι ελεύθερα¹, μη δεσμευμένα σε άτομα, και μπορούν να κινούνται με σχετική ελευθερία μέσα στο υλικό· ηλεκτρικοί **μονωτές** ονομάζονται τα υλικά στα οποία όλα τα ηλεκτρόνια είναι προσδεσμένα σε άτομα και δεν μπορούν να κινούνται ελεύθερα μέσα στο υλικό.

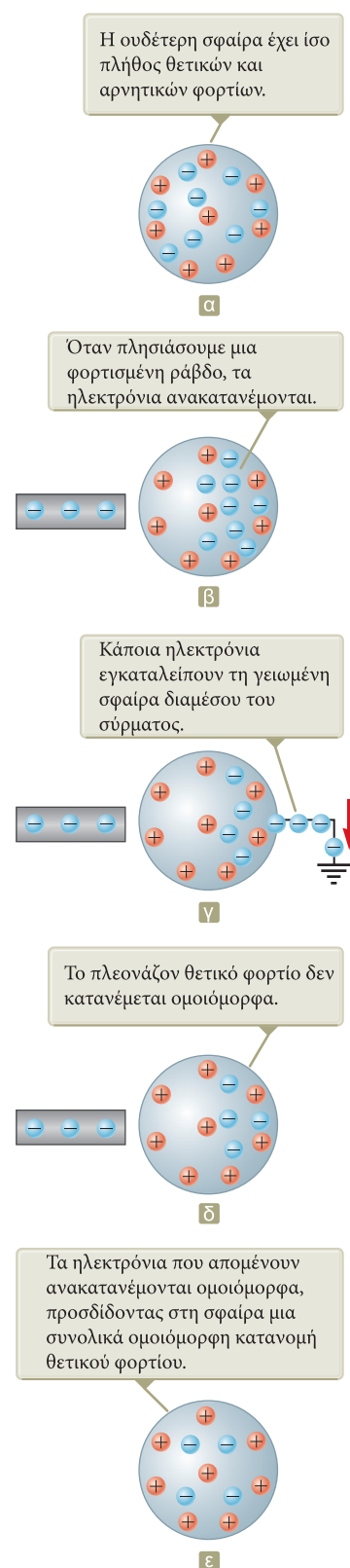
Υλικά όπως το γυαλί, το καουτσούκ, και το ξηρό ξύλο ανήκουν στην κατηγορία των ηλεκτρικών μονωτών. Κατά τη φόρτιση ενός τέτοιου υλικού με τριβή, φορτίζεται μόνο η περιοχή που τρίβεται και τα φορτισμένα σωματίδια δεν έχουν τη δυνατότητα να μετακινηθούν σε άλλες περιοχές του.

Αντίθετα, υλικά όπως ο χαλκός, το αλουμίνιο, και ο άργυρος είναι καλοί ηλεκτρικοί αγωγοί. Όταν ένα τέτοιο υλικό φορτιστεί σε μια μικρή περιοχή του, τότε το φορτίο κατανέμεται άμεσα σε ολόκληρη την επιφάνειά του.

Οι **ημιαγωγοί** είναι μια τρίτη κατηγορία υλικών, των οποίων οι ηλεκτρικές ιδιότητες είναι ενδιάμεσες εκείνων των μονωτών και των αγωγών. Το πυρίτιο και το γερμάνιο είναι γνωστά παραδείγματα ημιαγωγών που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή διάφορων ηλεκτρονικών τσιπ για υπολογιστές, κινητά τηλέφωνα και συστήματα οικιακού κινηματογράφου. Οι ηλεκτρικές ιδιότητες των ημιαγωγών μπορούν να τροποποιηθούν κατά αρκετές τάξεις μεγέθους με την προσθήκη ελεγχόμενων ποσοτήτων συγκεκριμένων ατόμων.

Για να καταλάβουμε πώς μπορεί να φορτιστεί ηλεκτρικά ένας αγωγός με τη διαδικασία της **επαγωγής**, ας θεωρήσουμε μια ουδέτερη (μη φορτισμένη) αγώγιμη σφαίρα,

¹Το άτομο ενός μετάλλου περιέχει ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια στην εξωτερική στοιβάδα του, τα οποία είναι χαλαρά συνδεδεμένα με τον πυρήνα. Στα μέταλλα, που αποτελούν συγκεντρώσεις μεγάλου πλήθους ατόμων, τα *ελεύθερα ηλεκτρόνια* είναι αυτά τα ηλεκτρόνια της εξωτερικής στοιβάδας, που δεν είναι προσδεσμένα σε κάποιο συγκεκριμένο άτομο. Η κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων στο μέταλλο μοιάζει με αυτή των μορίων ενός αερίου σε ένα δοχείο.



Εικόνα H1.3 Ηλεκτρική φόρτιση ενός μεταλλικού αντικειμένου με επαγωγή. (α) Μια ουδέτερη μεταλλική σφαίρα. (β) Κοντά στη σφαίρα τοποθετείται μια φορτισμένη ράβδος από καουτσούκ. (γ) Η σφαίρα γειώνεται. (δ) Η γείωση καταργείται. (ε) Η ράβδος απομακρύνεται.

Εικόνα Η1.4 (α) Φορτισμένο μπαλόνι πλησιάζει μονωτικό τοίχο.
(β) Φορτισμένη ράβδος πλησιάζει μικρά κομμάτια χαρτιού.



η οποία είναι μονωμένη από το έδαφος (Εικόνα Η1.3α). Αν το φορτίο στη σφαίρα είναι ίσο ακριβώς με μηδέν, τότε το πλήθος των ηλεκτρονίων που υπάρχουν σε αυτή είναι ίσο με αυτό των πρωτονίων. Όταν πλησιάσουμε στη σφαίρα μια αρνητικά φορτισμένη ράβδος από καουτσούκ, τότε τα ηλεκτρόνια της περιοχής που βρίσκεται πιο κοντά στη ράβδο θα δεχθούν μια απωστική δύναμη και θα μεταφερθούν στην αντίθετη πλευρά της σφαίρας. Αυτή η μεταφορά έχει ως αποτέλεσμα να μειωθεί το πλήθος των ηλεκτρονίων στην περιοχή της σφαίρας που βρίσκεται πιο κοντά στη ράβδο και να αποκτήσει έτσι θετικό φορτίο (Εικόνα Η1.3β). (Στην Εικόνα Η1.3β, η αριστερή πλευρά της σφαίρας είναι θετικά φορτισμένη σαν να έχουν μεταφερθεί εκεί θετικά φορτία. Υπενθυμίζουμε όμως ότι μόνο τα ηλεκτρόνια μπορούν να μετακινούνται ελεύθερα.) Αυτή η διαδικασία μπορεί να συμβεί ακόμα και αν η ράβδος δεν ακουμπήσει καθόλου τη σφαίρα. Αν πραγματοποιήσουμε το ίδιο πείραμα με ένα αγωγίμο σύρμα που συνδέει τη σφαίρα με τη Γη (Εικ. Η1.3γ), κάποια ηλεκτρόνια του αγωγίμου υλικού θα απωθηθούν τόσο έντονα από το αρνητικό φορτίο στη ράβδο ώστε θα μετακινηθούν από τη σφαίρα προς τη Γη διαμέσου του σύρματος. Το σύμβολο $\equiv$ στο άκρο του σύρματος (Εικόνα Η1.3γ) δείχνει ότι το σύρμα είναι **γειωμένο**, δηλαδή συνδεδεμένο με μια «καταβόθρα», όπως είναι η Γη, που μπορεί να δέχεται ή να παρέχει ηλεκτρόνια ελεύθερα, με αμελητέα επίδραση στα δικά της ηλεκτρικά χαρακτηριστικά. Αν στη συνέχεια αφαιρέσουμε το σύρμα γείωσης (Εικ. Η1.3δ), η αγωγίμη σφαίρα θα περιέχει περίσσεια θετικού φορτίου από επαγωγή επειδή θα έχει λιγότερα ηλεκτρόνια απ' όσα χρειάζονται για να εξουδετερώσουν το θετικό φορτίο των πρωτονίων. Αν απομακρύνουμε τη ράβδο από καουτσούκ από τη σφαίρα (Εικ. Η1.3ε), αυτό το θετικό φορτίο από επαγωγή θα παραμείνει στη μη γειωμένη σφαίρα. Παρατηρήστε ότι η ράβδος από καουτσούκ δεν χάνει το αρνητικό φορτίο της κατά τη διαδικασία αυτή.

Η φόρτιση ενός σώματος με τη διαδικασία της επαγωγής δεν απαιτεί επαφή με το σώμα που επάγει το φορτίο. Κάτι που είναι τελείως αντίθετο με την ηλεκτρική φόρτιση ενός σώματος με τριβή (δηλαδή, δι' αγωγής ή εξ' επαφής), όπου απαιτείται η επαφή των δύο σωμάτων.

Στους μονωτές συμβαίνει μια διαδικασία παρόμοια της επαγωγής στους αγωγούς. Στα περισσότερα ουδέτερα μόρια, το κέντρο του θετικού φορτίου συμπίπτει με εκείνο του αρνητικού. Παρουσία όμως ενός φορτισμένου σώματος, αυτά τα κέντρα στο εσωτερικό κάθε μορίου ενός μονωτή ενδέχεται να μετατοπιστούν ελάχιστα, με αποτέλεσμα να υπάρχει περισσότερο θετικό φορτίο στη μία πλευρά του μορίου απ' ό,τι στην άλλη. Αυτή η αναδιάταξη του φορτίου στα επιμέρους μόρια δημιουργεί μια στιβάδα φορτίου στην επιφάνεια του μονωτή (Εικόνα Η1.4α). Η εγγύτητα των θετικών φορτίων στην επιφάνεια του σώματος και των αρνητικών φορτίων στην επιφάνεια του μονωτή προκαλεί μια ελκτική δύναμη μεταξύ του σώματος και του μονωτή. Οι γνώσεις σας σχετικά με την επαγωγή στους μονωτές θα σας βοηθήσουν να εξηγήσετε για

ποιο λόγο μια φορτισμένη ράβδος έλκει μικρά κομμάτια ηλεκτρικά ουδέτερου χαρτιού (Εικόνα H1.4β).

Πρόχειρο διαγώνισμα H1.2 Από ένα σύνολο τριών σωμάτων διαλέγουμε δύο κάθε φορά και τα φέρνουμε το ένα κοντά στο άλλο. Όταν πλησιάζουμε τα σώματα A και B, αυτά έλκονται. Όταν πλησιάζουμε τα σώματα B και Γ, αυτά απωθούνται. Ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι οπωσδήποτε αληθείς; (α) Τα σώματα A και Γ φέρουν ομόσημα φορτία. (β) Τα σώματα A και Γ φέρουν ετερόσημα φορτία. (γ) Και τα τρία σώματα φέρουν ομόσημα φορτία. (δ) Ένα σώμα είναι ουδέτερο. (ε) Πρέπει να γίνουν πρόσθετα πειράματα για να προσδιοριστούν τα φορτία των σωμάτων.

H1.3 Ο νόμος του Coulomb

Ο Charles Coulomb μέτρησε τα μεγέθη των ηλεκτρικών δυνάμεων χρησιμοποιώντας μια συσκευή που επινόησε ο ίδιος, τον ζυγό στρέψης (Εικόνα H1.5). Η αρχή λειτουργίας του ζυγού στρέψης είναι ίδια με εκείνη της συσκευής που χρησιμοποίησε ο Cavendish για να μετρήσει τη βαρυτική σταθερά (δείτε την Ενότητα M13.1), με τη διαφορά ότι οι ηλεκτρικά ουδέτερες σφαίρες έχουν αντικατασταθεί από φορτισμένες. Η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των φορτισμένων σφαιρών A και B (Εικόνα H1.5) προκαλεί είτε έλξη είτε άπωση των σφαιρών με αποτέλεσμα η κίνησή τους να συστρέφει το αιωρούμενο νήμα. Επειδή η ροπή επαναφοράς του συστραμμένου νήματος είναι ανάλογη της γωνίας περιστροφής του, η μέτρηση του ανοίγματός της δίνει ένα ποσοτικό μέτρο για την ηλεκτρική δύναμη έλξης ή άπωσης. Η ηλεκτρική δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ των σφαιρών κατά τη φόρτισή τους μέσω τριβής είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη βαρυτική έλξη, οπότε η δεύτερη μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Τα πειράματα του Coulomb μας επιτρέπουν να γενικεύσουμε τις ιδιότητες της **ηλεκτρικής δύναμης** (η οποία μερικές φορές ονομάζεται και **ηλεκτροστατική δύναμη**) που αναπτύσσεται μεταξύ δύο ακίνητων φορτισμένων σωματιδίων. Ο όρος **σημειακό φορτίο** αναφέρεται σε ένα φορτισμένο σωματίδιο μηδενικού μεγέθους. Η μοντελοποίηση των ηλεκτρονίων και των πρωτονίων ως σημειακών φορτίων μας επιτρέπει να περιγράψουμε ικανοποιητικά την ηλεκτρική τους συμπεριφορά. Πειραματικές παρατηρήσεις έχουν δείξει ότι το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης (που λέγεται και **δύναμη Coulomb**) μεταξύ δύο σημειακών φορτίων δίνεται από τον **νόμο του Coulomb**.

$$F_e = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{H1.1})$$

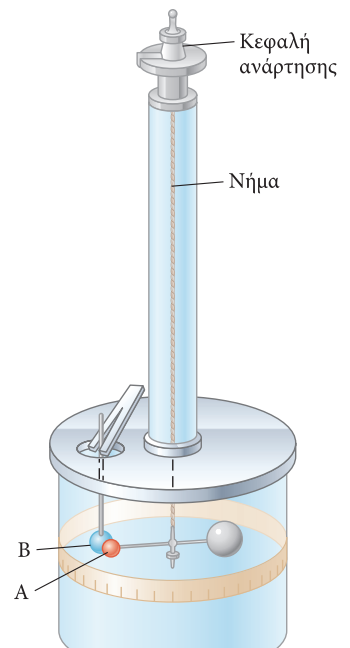
όπου k_e είναι μια σταθερή ποσότητα η οποία ονομάζεται **σταθερά του Coulomb**. Στα πειράματά του, ο Coulomb κατάφερε να δείξει ότι η τιμή του εκθέτη της απόστασης r ήταν ίση με 2, με πιθανότητα σφάλματος λίγων εκατοστιαίων μονάδων. Σύγχρονα πειράματα έχουν δείξει ότι ο εκθέτης ισούται με 2, με πιθανότητα σφάλματος λίγων μονάδων σε τάξη μεγέθους 10^{16} . Τα πειράματα αυτά έδειξαν επίσης ότι η ηλεκτρική δύναμη, όπως και η βαρυτική, είναι συντηρητική.

Η τιμή της σταθεράς του Coulomb εξαρτάται από τις επιλεγμένες μονάδες. Η μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου στο σύστημα μονάδων SI είναι το **coulomb** (C). Η σταθερά του Coulomb, k_e , σε μονάδες του συστήματος SI έχει τιμή

$$k_e = 8.987\,6 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \quad (\text{H1.2})$$

Η σταθερά αυτή γράφεται και με τη μορφή

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (\text{H1.3})$$



Εικόνα H1.5 Ο ζυγός στρέψης του Coulomb, τον οποίο χρησιμοποίησε για να αποδείξει τον νόμο αντίστροφου τετραγώνου που διέπει την ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο φορτίων.

◀ Ο νόμος του Coulomb

◀ Η σταθερά του Coulomb

όπου η σταθερά ϵ_0 είναι γνωστή ως **διηλεκτρική σταθερά του κενού** και έχει τιμή

$$\epsilon_0 = 8.854\,2 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \quad (\text{H1.4})$$

Το μικρότερο ελεύθερο φορτίο e που έχει βρεθεί στη φύση², το φορτίο ενός ηλεκτρονίου ($-e$) ή ενός πρωτονίου ($+e$), είναι ίσο με

$$e = 1.602\,18 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{H1.5})$$

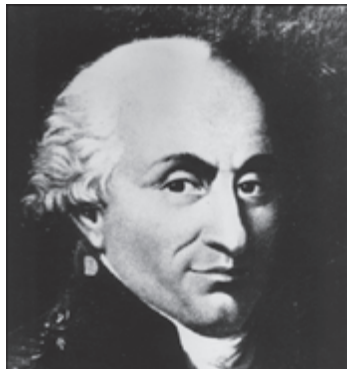
Άρα, 1 C φορτίου είναι περίπου ίσο με το φορτίο 6.24×10^{18} ηλεκτρονίων ή πρωτονίων. Ο αριθμός αυτός είναι πολύ μικρός σε σύγκριση με το πλήθος των ελεύθερων ηλεκτρονίων σε 1 cm³ χαλκού, το οποίο είναι της τάξης των 10^{23} . Παρ' όλα αυτά, το 1 C είναι μια σημαντική ποσότητα φορτίου. Στα συνηθισμένα πειράματα φόρτισης μιας ράβδου από γυαλί ή καουτσούκ μέσω τριβής, δημιουργείται καθαρό φορτίο της τάξης των 10^{-6} C. Με άλλα λόγια, μόνο ένα πολύ μικρό κλάσμα του συνολικού διαθέσιμου φορτίου μεταφέρεται μεταξύ της ράβδου και του τριβόμενου υλικού.

Στον Πίνακα Η1.1 αναφέρονται τα φορτία και οι μάζες του ηλεκτρονίου, του πρωτονίου, και του νετρονίου. Θα παρατηρήσετε ότι το ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο έχουν ίδιο ακριβώς φορτίο, αλλά τελείως διαφορετική μάζα. Από την άλλη, το πρωτόνιο και το νετρόνιο έχουν παρόμοια μάζα, αλλά τελείως διαφορετικό φορτίο. Στο Κεφάλαιο Σ8 θα κατανοήσουμε καλύτερα αυτές τις ενδιαφέρουσες ιδιότητες.

Όταν χρησιμοποιούμε τον νόμο του Coulomb, πρέπει να θυμόμαστε ότι η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος και να τη χειριζόμαστε αναλόγως. Ο νόμος του Coulomb για την ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{12}$, που ασκεί ένα φορτίο q_1 σε ένα άλλο φορτίο q_2 , διατυπώνεται σε διανυσματική μορφή ως εξής

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad (\text{H1.6})$$

όπου $\hat{r}_{12}$ το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το φορτίο q_1 προς το q_2 (Δυναμική Εικόνα Η1.6α). Η ηλεκτρική δύναμη υπακούει στον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, επομένως η ηλεκτρική δύναμη που ασκεί το φορτίο q_2 στο q_1 έχει ίσο μέτρο με εκείνη που ασκεί το



Οπτική αρχείο AIP Emilio Segre, Συλλογή E. Scott Barr

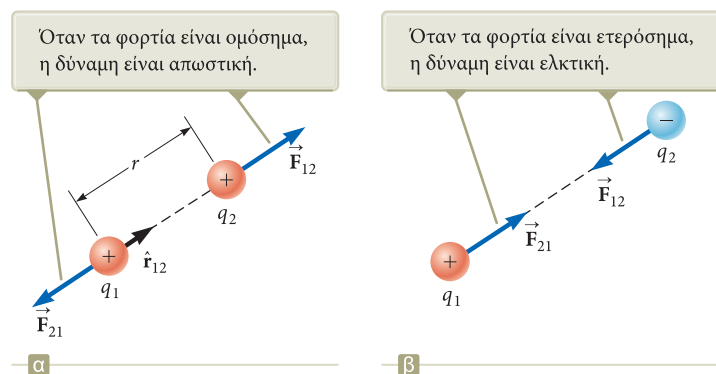
Charles Coulomb

Γάλλος φυσικός (1736–1806)

Η κύρια επιστημονική συνεισφορά του Coulomb ήταν στους τομείς της ηλεκτροστατικής και του μαγνητισμού. Κατά τη διάρκεια της ζωής του ασχολήθηκε επίσης με την αντοχή των υλικών και προσδιόρισε τις δυνάμεις που δέχονται σώματα σε δοκούς, συνεισφέροντας με τον τρόπο αυτό και στον τομέα της στατικής των κατασκευών. Στον κλάδο της εργονομίας, η έρευνά του διαφώτισε τους τρόπους βέλτιστης παραγωγής έργου από ανθρώπους και ζώα.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ Η1.6

Δύο σημειακά φορτία χωρίζονται από απόσταση r και ασκούν το ένα στο άλλο μια δύναμη που προκύπτει από τον νόμο του Coulomb. Η δύναμη $\vec{F}_{21}$ που ασκεί το q_2 στο q_1 έχει ίσο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με τη δύναμη $\vec{F}_{12}$, την οποία ασκεί το q_1 στο q_2 .



ΠΙΝΑΚΑΣ Η1.1

Φορτίο και μάζα του ηλεκτρονίου, του πρωτονίου, και του νετρονίου.

Σωματίδιο	Φορτίο (σε C)	Μάζα (σε kg)
Ηλεκτρόνιο (e)	$-1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$9.109\,4 \times 10^{-31}$
Πρωτόνιο (p)	$+1.602\,176\,5 \times 10^{-19}$	$1.672\,62 \times 10^{-27}$
Νετρόνιο (n)	0	$1.674\,93 \times 10^{-27}$

²Σε ελεύθερα σωματίδια δεν έχει παρατηρηθεί φορτίο μικρότερο από e . Ωστόσο, οι σύγχρονες θεωρίες αναφέρουν την ύπαρξη των σωματιδίων που ονομάζονται *κουάρκ* (quark) με φορτία $-e/3$ και $2e/3$. Αν και υπάρχουν επαρκείς πειραματικές αποδείξεις για την ύπαρξη τέτοιων σωματιδίων στον πυρήνα των ατόμων, δεν έχουν βρεθεί ελεύθερα κουάρκ. Στο Κεφάλαιο Σ8 θα αναφερθούμε και σε άλλες ιδιότητες των κουάρκ.

Παράδειγμα H1.1

Το άτομο του υδρογόνου

Το ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο του ατόμου υδρογόνου απέχουν μεταξύ τους (κατά μέσο όρο) περίπου $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$. Βρείτε τις τιμές της ηλεκτρικής και της βαρυτικής δύναμης μεταξύ των δύο σωματιδίων.

ΛΥΣΗ

Μοντελοποίηση Σκεφτείτε τα δύο σωματίδια που χωρίζονται από αυτή την πολύ μικρή απόσταση, όπως αναφέρεται στη διατύπωση του προβλήματος. Στο Κεφάλαιο M13, διαπιστώσαμε ότι η βαρυτική δύναμη μεταξύ μικρών σωμάτων είναι ασθενής, συνεπώς υποθέτουμε ότι η βαρυτική δύναμη μεταξύ του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου θα είναι σημαντικά μικρότερη από την ηλεκτρική δύναμη.

Κατηγοριοποίηση Θα υπολογίσουμε την ηλεκτρική και τη βαρυτική δύναμη με τη βοήθεια των παγκόσμιων νόμων που διέπουν αυτές τις δυνάμεις. Άρα, θα εντάξουμε αυτό το παράδειγμα στα προβλήματα αντικατάστασης.

Χρησιμοποιήστε τον νόμο του Coulomb για να βρείτε την τιμή της ηλεκτρικής δύναμης:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2}$$

$$= 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Χρησιμοποιήστε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα και τον Πίνακα H1.1 (εκεί θα βρείτε τις μάζες κάθε σωματιδίου) για να βρείτε την τιμή της βαρυτικής δύναμης:

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2}$$

$$= (6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \frac{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(5.3 \times 10^{-11} \text{ m})^2}$$

$$= 3.6 \times 10^{-47} \text{ N}$$

Ο λόγος τους είναι $F_e/F_g \approx 2 \times 10^{39}$. Επομένως, η βαρυτική δύναμη μεταξύ φορτισμένων ατομικών σωματιδίων είναι αμελητέα σε σύγκριση με την ηλεκτρική. Παρατηρήστε ότι ο νόμος της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα έχει παρόμοια μορφή με τον νόμο των ηλεκτρικών δυνάμεων του Coulomb. Ποια είναι η βασική διαφορά των δύο δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ των στοιχειωδών σωματιδίων, εκτός από το μέγεθός τους;

q_1 στο q_2 και αντίθετη κατεύθυνση, δηλαδή $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$. Τέλος, από την Εξίσωση H1.6 προκύπτει ότι αν τα q_1 και q_2 είναι ομόσημα (Δυναμική Εικόνα H1.6α) τότε το γινόμενο $q_1 q_2$ είναι θετικό και η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε κάθε σωματίδιο έχει κατεύθυνση που το απομακρύνει από το άλλο (δηλαδή είναι απωστική). Αν τα q_1 και q_2 είναι αντίθετα (Δυναμική Εικόνα H1.6β) τότε το γινόμενο $q_1 q_2$ είναι αρνητικό και η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται σε κάθε σωματίδιο έχει κατεύθυνση που το φέρνει κοντά στο άλλο (δηλαδή είναι ελκτική). Αυτά τα πρόσημα περιγράφουν τη σχετική κατεύθυνση της δύναμης, αλλά όχι την απόλυτη. Αρνητικό γινόμενο υποδηλώνει ελκτική δύναμη, ενώ θετικό γινόμενο υποδηλώνει απωστική δύναμη. Η απόλυτη κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται ένα φορτίο εξαρτάται από τη θέση του άλλου φορτίου. Για παράδειγμα, αν ο άξονας x βρίσκεται στη διεύθυνση των δύο φορτίων (Δυναμική Εικόνα H1.6α) τότε το γινόμενο $q_1 q_2$ είναι θετικό, αλλά το διάνυσμα $\vec{F}_{12}$ δείχνει προς τα θετικά του άξονα x ενώ το $\vec{F}_{21}$ δείχνει προς τα αρνητικά του άξονα x .

Όταν υπάρχουν περισσότερα από δύο φορτία, τότε η δύναμη μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους φορτίων δίνεται από την Εξίσωση H1.6. Συνεπώς, η συνισταμένη δύναμη σε κάθε φορτίο είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκούν όλα τα άλλα επιμέρους φορτία. Για παράδειγμα, αν υπάρχουν τέσσερα φορτία, η συνισταμένη δύναμη που ασκούν τα σωματίδια 2, 3, και 4 στο σωματίδιο 1 είναι

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

Παράδειγμα Η1.2**Βρείτε τη συνισταμένη δύναμη**

Θεωρήστε τρία σημειακά φορτία που βρίσκονται στις κορυφές ενός ορθογώνιου τριγώνου (Εικόνα Η1.7), όπου $q_1 = q_3 = 5.00 \mu\text{C}$, $q_2 = -2.00 \mu\text{C}$, και $a = 0.100 \text{ m}$. Βρείτε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο q_3 .

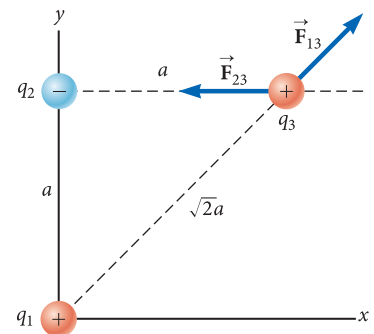
ΛΥΣΗ

Μοντελοποίηση Σκεφτείτε την ολική δύναμη που ασκείται στο q_3 . Επειδή το φορτίο q_3 βρίσκεται κοντά σε δύο άλλα φορτία, θα δέχεται δύο ηλεκτρικές δυνάμεις. Οι δυνάμεις αυτές ασκούνται σε διαφορετικές κατευθύνσεις (Εικόνα Η1.7).

Κατηγοριοποίηση Επειδή ασκούνται δύο δυνάμεις στο φορτίο q_3 , θα εντάξουμε αυτό το παράδειγμα στα προβλήματα άθροισης διανυσμάτων.

Ανάλυση Στην Εικόνα Η1.7 φαίνονται οι κατευθύνσεις των επιμέρους δυνάμεων που ασκούν τα φορτία q_1 και q_2 στο q_3 . Η δύναμη $\vec{F}_{23}$ που ασκεί το q_2 στο q_3 είναι ελκτική επειδή τα q_2 και q_3 έχουν αντίθετα πρόσημα. Στο σύστημα συντεταγμένων της Εικόνας Η1.7, η ελκτική δύναμη $\vec{F}_{23}$ έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά (προς τα αρνητικά του άξονα x).

Η δύναμη $\vec{F}_{13}$ που ασκεί το q_1 στο q_3 είναι απωστική επειδή και τα δύο φορτία είναι θετικά. Η απωστική δύναμη $\vec{F}_{13}$ σχηματίζει γωνία 45.0° με τον άξονα x .



Εικόνα Η1.7 (Παράδειγμα Η1.2) Η δύναμη που ασκεί το q_1 στο q_3 είναι $\vec{F}_{13}$. Η δύναμη που ασκεί το q_2 στο q_3 είναι $\vec{F}_{23}$. Η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}_3$ που δέχεται το q_3 είναι το διανυσματικό άθροισμα $\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$.

Χρησιμοποιήστε την Εξίσωση Η1.1 για να βρείτε το μέτρο της $\vec{F}_{23}$:

$$F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(2.00 \times 10^{-6} \text{ C})(5.00 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.100 \text{ m})^2} = 8.99 \text{ N}$$

Βρείτε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{13}$:

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(5.00 \times 10^{-6} \text{ C})(5.00 \times 10^{-6} \text{ C})}{2(0.100 \text{ m})^2} = 11.2 \text{ N}$$

Βρείτε τις συνιστώσες x και y της δύναμης $\vec{F}_{13}$:

$$F_{13x} = F_{13} \cos 45.0^\circ = 7.94 \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \sin 45.0^\circ = 7.94 \text{ N}$$

Βρείτε τις συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο q_3 :

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.94 \text{ N} + (-8.99 \text{ N}) = -1.04 \text{ N}$$

$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.94 \text{ N} + 0 = 7.94 \text{ N}$$

Εκφράστε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο q_3 ως συνάρτηση των μοναδιαίων διανυσμάτων:

$$\vec{F}_3 = (-1.04\hat{i} + 7.94\hat{j}) \text{ N}$$

Ολοκλήρωση Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο q_3 έχει κατεύθυνση προς τα επάνω και αριστερά (Εικόνα Η1.7). Αν το q_3 κινηθεί υπό την επίδραση της συνισταμένης δύναμης, τότε θα αλλάξουν οι αποστάσεις μεταξύ του q_3 και των άλλων φορτίων, και συνεπώς θα αλλάξει και η συνισταμένη δύναμη. Άρα, αν το q_3 κινείται ελεύθερα, τότε μπορούμε να το μοντελοποιήσουμε ως ένα σωματίδιο στο οποίο ασκείται μια συνισταμένη δύναμη, αρκεί να λάβουμε υπόψη μας ότι η δύναμη αυτή δεν είναι σταθερή. Υπενθυμίζουμε ότι αναγράφουμε τις περισσότερες αριθμητικές τιμές με ακρίβεια τριών σημαντικών ψηφίων, κάτι που οδηγεί σε πράξεις όπως η: $7.94 \text{ N} + (-8.99 \text{ N}) = -1.04 \text{ N}$. Αν κρατήσετε περισσότερα σημαντικά ψηφία σε όλα τα ενδιάμεσα αποτελέσματα, τότε θα διαπιστώσετε ότι η πράξη αυτή είναι σωστή.

ΚΙ ΑΝ...; Τι θα συνέβαινε αν τα πρόσημα και των τριών φορτίων άλλαζαν στα ακριβώς αντίθετα; Πώς θα επηρέαζε αυτή η αλλαγή το αποτέλεσμα για τη δύναμη $\vec{F}_3$;

Απάντηση Το φορτίο q_3 θα εξακολουθούσε να έλκεται από το q_2 και να απωθείται από το q_1 με δυνάμεις ίδιου μέτρου όπως στο παράδειγμα. Επομένως, το τελικό αποτέλεσμα για τη δύναμη $\vec{F}_3$ θα ήταν το ίδιο.

Πρόχειρο διαγώνισμα H1.3 Το σώμα Α φέρει φορτίο $+2 \mu\text{C}$, ενώ το Β φέρει φορτίο $+6 \mu\text{C}$. Ποιος από τους ισχυρισμούς είναι αληθής για τις ηλεκτρικές δυνάμεις που δέχονται τα σώματα;

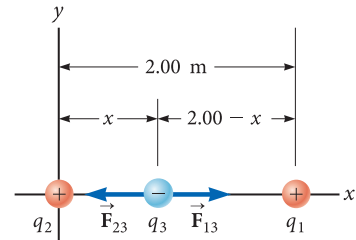
- (α) $\vec{F}_{AB} = -3\vec{F}_{BA}$ (β) $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (γ) $3\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$ (δ) $\vec{F}_{AB} = 3\vec{F}_{BA}$
 (ε) $\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$ (στ) $3\vec{F}_{AB} = \vec{F}_{BA}$

Παράδειγμα H1.3

Σε ποιο σημείο είναι μηδενική η συνισταμένη δύναμη;

Όπως φαίνεται στην Εικόνα H1.8, κατά μήκος του άξονα x υπάρχουν τρία σημειακά φορτία. Το θετικό φορτίο $q_1 = 15.0 \mu\text{C}$ βρίσκεται στο $x = 2.00 \text{ m}$, το θετικό φορτίο $q_2 = 6.00 \mu\text{C}$ βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, και η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο q_3 είναι μηδενική. Ποια είναι η συντεταγμένη του q_3 στον άξονα x ;

Εικόνα H1.8 (Παράδειγμα H1.3) Τρία σημειακά φορτία βρίσκονται κατά μήκος του άξονα x . Αν η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το q_3 είναι ίση με μηδέν, τότε η δύναμη $\vec{F}_{13}$ που ασκεί το q_1 στο q_3 πρέπει να έχει ίσο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση σε σχέση με τη δύναμη $\vec{F}_{23}$ που ασκεί το q_2 στο q_3 .



ΛΥΣΗ

Μοντελοποίησηση Επειδή το q_3 βρίσκεται κοντά σε δύο άλλα φορτία, δέχεται δύο ηλεκτρικές δυνάμεις. Ωστόσο, αντίθετα με το προηγούμενο παράδειγμα, οι δυνάμεις βρίσκονται επάνω στην ίδια διεύθυνση (Εικόνα H1.8). Καθώς το q_3 είναι αρνητικό, ενώ τα q_1 και q_2 είναι θετικά, οι δυνάμεις $\vec{F}_{13}$ και $\vec{F}_{23}$ είναι και οι δύο ελκτικές.

Κατηγοριοποίησηση Επειδή η συνισταμένη δύναμη στο q_3 είναι μηδενική, θα μοντελοποιήσουμε το σημειακό φορτίο ως σωματίδιο σε ισορροπία.

Ανάλυση Γράψτε την παράσταση για τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο φορτίο q_3 όταν αυτό είναι σε ισορροπία:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13} = -k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} \hat{i} + k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2} \hat{i} = 0$$

Μεταφέρετε τον δεύτερο όρο στο δεξιό σκέλος της εξίσωσης και κατόπιν εξισώστε τους συντελεστές του μοναδιαίου διανύσματος $\hat{i}$:

$$k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2}$$

Απαλείψτε τα k_e και $|q_3|$ και ξαναγράψτε την εξίσωση:

$$(2.00 - x)^2 |q_2| = x^2 |q_1|$$

$$(4.00 - 4.00x + x^2)(6.00 \times 10^{-6} \text{ C}) = x^2 (15.0 \times 10^{-6} \text{ C})$$

Αναγάγετε τη δευτεροβάθμια εξίσωση σε πιο απλή μορφή:

$$3.00x^2 + 8.00x - 8.00 = 0$$

Βρείτε τη θετική ρίζα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης:

$$x = 0.775 \text{ m}$$

Ολοκλήρωση Η άλλη ρίζα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι η $x = -3.44 \text{ m}$. Πρόκειται για μια άλλη θέση όπου οι δύο δυνάμεις που ασκούνται στο q_3 έχουν μεν ίσα μέτρα αλλά ίδια κατεύθυνση.

ΚΙ ΑΝ...; Υποθέστε ότι το q_3 μπορεί να κινηθεί μόνο κατά μήκος του άξονα x . Το σύρουμε από την αρχική θέση του στο $x = 0.775 \text{ m}$ κατά μια μικρή απόσταση στον άξονα x . Όταν το αφήσουμε ελεύθερο, θα επιστρέψει στη θέση ισορροπίας του ή θα απομακρυνθεί ακόμα περισσότερο από αυτήν; Δηλαδή, διαθέτει ευσταθή ή ασταθή ισορροπία;

Απάντηση Αν μετατοπίσουμε το q_3 δεξιά, τότε η δύναμη $\vec{F}_{13}$ θα αυξηθεί ενώ η $\vec{F}_{23}$ θα ελαττωθεί. Το αποτέλεσμα θα είναι μια ολική συνισταμένη δύναμη προς τα δεξιά, με κατεύθυνση ίδια με αυτή της μετατόπισης. Άρα, το φορτίο q_3 θα εξακολουθήσει να κινείται προς τα δεξιά και η ισορροπία θα είναι *ασταθής*. (Για μια ανασκόπηση της ευσταθούς και της ασταθούς ισορροπίας, ανατρέξτε στην Ενότητα M7.9.)

Αν το q_3 περιορίζεται σε ένα *σταθερό* σημείο του άξονα x , αλλά μπορεί να κινείται προς τα επάνω και προς τα κάτω (Εικόνα H1.8), τότε διαθέτει ευσταθή ισορροπία. Σε αυτή την περίπτωση, αν μετακινήσουμε το φορτίο προς τα επάνω (ή κάτω) και το αφήσουμε ελεύθερο, τότε αυτό θα κινηθεί προς τη θέση ισορροπίας του και θα ταλαντωθεί γύρω από αυτή.

Παράδειγμα H1.4

Βρείτε το φορτίο των σφαιρών

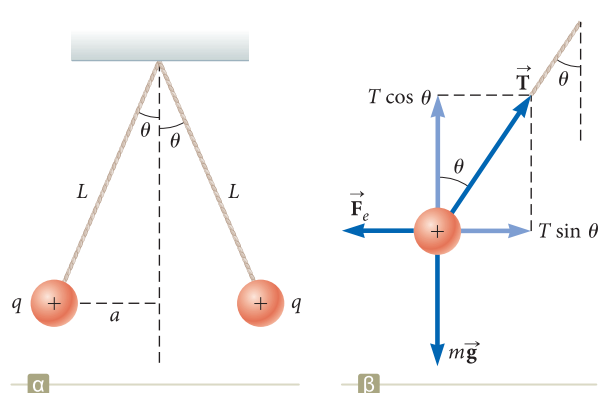
Δύο μικρές πανομοιότυπες φορτισμένες σφαίρες, καθεμιά με μάζα 3.00×10^{-2} kg, ισορροπούν αναρτημένες σε νήματα (Εικόνα H1.9α). Το μήκος L κάθε νήματος είναι ίσο με 0.150 m, ενώ η γωνία θ είναι ίση με 5.00° . Βρείτε το φορτίο κάθε σφαίρας.

ΛΥΣΗ

Μοντελοποίηση Θα κατανοήσουμε αυτό το παράδειγμα με τη βοήθεια της Εικόνας H1.9α. Οι δύο σφαίρες απωθούν η μία την άλλη. Αν πλησιάσουμε τις σφαίρες και κατόπιν τις αφήσουμε ελεύθερες, θα απομακρυνθούν από το κέντρο και, αφού αποσβεστούν οι ταλαντώσεις λόγω της αντίστασης του αέρα, θα ισορροπήσουν όπως φαίνεται στην Εικόνα H1.9α.

Κατηγοριοποίηση Εδώ η έννοια-κλειδί είναι η «ισορροπία». Θα μοντελοποιήσουμε κάθε σφαίρα ως σωματίδιο σε ισορροπία. Αυτό το παράδειγμα είναι παρόμοιο με τα προβλήματα σωμάτων σε ισορροπία του Κεφαλαίου M5 με την πρόσθετη ιδιαιτερότητα ότι μία από τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σφαίρα είναι ηλεκτρική.

Ανάλυση Στην Εικόνα H1.9β φαίνεται το διάγραμμα δυνάμεων για την αριστερή σφαίρα. Η σφαίρα ισορροπεί κάτω από την επίδραση της δύναμης $\vec{T}$ του νήματος, της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_e$ από την άλλη σφαίρα, και της βαρυτικής δύναμης $m\vec{g}$.



Εικόνα H1.9 (Παράδειγμα H1.4) (α) Δύο πανομοιότυπες σφαίρες, καθεμιά με το ίδιο φορτίο q , αιωρούνται από νήματα και ισορροπούν. (β) Διάγραμμα των δυνάμεων που ασκούνται στην αριστερή σφαίρα στο (α).

Γράψτε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την αριστερή σφαίρα σε μορφή συνιστωσών:

$$(1) \sum F_x = T \sin \theta - F_e = 0 \rightarrow T \sin \theta = F_e$$

$$(2) \sum F_y = T \cos \theta - mg = 0 \rightarrow T \cos \theta = mg$$

Διαιρέστε κατά μέλη την Εξίσωση (1) με την Εξίσωση (2) για να βρείτε την F_e :

$$\tan \theta = \frac{F_e}{mg} \rightarrow F_e = mg \tan \theta$$

Εκμεταλλευτείτε τη γεωμετρία του ορθογώνιου τριγώνου (Εικόνα H1.9α) για να βρείτε τη σχέση μεταξύ των a , L , και θ :

$$\sin \theta = \frac{a}{L} \rightarrow a = L \sin \theta$$

Λύστε τον νόμο του Coulomb (Εξ. H1.1) ως προς το φορτίο $|q|$ σε κάθε σφαίρα:

$$|q| = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{F_e (2a)^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{mg \tan \theta (2L \sin \theta)^2}{k_e}}$$

Αντικαταστήστε τις αριθμητικές τιμές:

$$|q| = \sqrt{\frac{(3.00 \times 10^{-2} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \tan(5.00^\circ) [2(0.150 \text{ m}) \sin(5.00^\circ)]^2}{8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}} = 4.42 \times 10^{-8} \text{ C}$$

Ολοκλήρωση Αν στην Εικόνα H1.9 δεν δίνονταν τα πρόσημα των φορτίων, δεν θα μπορούσαμε να τα προσδιορίσουμε. Στην πραγματικότητα, το πρόσημο του φορτίου δεν έχει σημασία. Η κατάσταση θα ήταν η ίδια είτε ήταν και οι δύο σφαίρες θετικά φορτισμένες είτε ήταν αρνητικά φορτισμένες.

ΚΙ ΑΝ...; Υποθέστε ότι ένας συμφοιτητής σας σάς προτείνει να λύσετε το πρόβλημα αυτό χωρίς την παραδοχή ότι τα φορτία έχουν την ίδια τιμή. Ισχυρίζεται ότι αν τα φορτία δεν ήταν ίσα, η γεωμετρία του συστήματος δεν θα ήταν συμμετρική, οπότε τα νήματα θα σχημάτιζαν διαφορετικές γωνίες με την κατακόρυφο και το πρόβλημα θα ήταν πολύ πιο σύνθετο. Τι θα απαντούσατε;

συνεχίζεται

H1.4 συν.

Απάντηση Η συμμετρία δεν αναιρείται και οι γωνίες δεν διαφέρουν. Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, τα μέτρα των ηλεκτρικών δυνάμεων στις δύο σφαίρες παραμένουν ίδια, ανεξάρτητα από την ισότητα ή μη των φορτίων. Η λύση του παραδείγματος παραμένει ίδια με μία διαφορά: η τιμή του $|q|$ στη λύση αντικαθίσταται από τη $\sqrt{|q_1 q_2|}$ στη νέα κατάσταση, όπου q_1 και q_2 οι τιμές των φορτίων των δύο σφαιρών. Η συμμετρία του προβλήματος αναιρείται μόνο στην περίπτωση που διαφέρουν οι μάζες των σφαιρών. Σε αυτή την περίπτωση, τα νήματα θα σχημάτιζαν διαφορετικές γωνίες με την κατακόρυφο και το πρόβλημα θα ήταν πιο σύνθετο.

H1.4 Το ηλεκτρικό πεδίο

Στην Ενότητα M5.1, εξετάσαμε τις διαφορές μεταξύ των δυνάμεων από επαφή και των δυνάμεων από πεδία. Μέχρι τώρα, στη θεωρητική εξέτασή μας, έχουμε παρουσιάσει δύο δυνάμεις που οφείλονται σε πεδία —τη βαρυτική δύναμη στο Κεφάλαιο M13 και την ηλεκτρική δύναμη στο τρέχον κεφάλαιο. Όπως επισημάναμε νωρίτερα, οι δυνάμεις που οφείλονται σε πεδία μπορούν και ασκούνται από απόσταση, με αποτέλεσμα να επιδρούν ακόμα και όταν δεν υπάρχει φυσική επαφή των αντικειμένων που αλληλεπιδρούν. Στην Ενότητα M13.4 ορίσαμε ότι το βαρυτικό πεδίο $\vec{g}$ που προκαλεί ένα σωματίδιο-πηγή σε ένα σημείο του χώρου, ισούται με τη βαρυτική δύναμη $\vec{F}_g$ η οποία ασκείται σε ένα δοκιμαστικό σωματίδιο μάζας m διά αυτή τη μάζα: $\vec{g} \equiv \vec{F}_g / m$. Η έννοια του πεδίου, η οποία δημιουργήθηκε από τον Michael Faraday (1791–1867) στο πλαίσιο των ηλεκτρικών δυνάμεων, έχει τόσο μεγάλη πρακτική αξία ώστε θα ασχοληθούμε με αυτή σε αρκετά από τα επόμενα κεφάλαια. Στο πλαίσιο αυτής της προσέγγισης, λέμε ότι στον χώρο γύρω από ένα φορτισμένο σώμα, το φορτίο-πηγή, υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Όταν σε αυτό το ηλεκτρικό πεδίο εισέλθει ένα άλλο φορτισμένο σώμα, το **δοκιμαστικό φορτίο**, τότε σε αυτό ασκείται ηλεκτρική δύναμη. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ένα μικρό θετικό δοκιμαστικό φορτίο q_0 (Εικόνα H1.10) το οποίο έχει τοποθετηθεί κοντά σε ένα δεύτερο σώμα που φέρει ένα πολύ μεγαλύτερο θετικό φορτίο Q . Ορίζουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το φορτίο-πηγή στη θέση του δοκιμαστικού φορτίου ισούται με την ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο ανά μονάδα φορτίου, ή, για την ακρίβεια, το **διάνυσμα $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου** σε ένα σημείο του χώρου ορίζεται ως ο λόγος της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_e$ η οποία ασκείται σε ένα θετικό δοκιμαστικό φορτίο q_0 που βρίσκεται σε εκείνο το σημείο, προς το δοκιμαστικό φορτίο:³

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

(H1.7)

◀ Ορισμός του ηλεκτρικού πεδίου

Το διάνυσμα $\vec{E}$ έχει μονάδες newton ανά coulomb (N/C) στο σύστημα SI. Η κατεύθυνση του $\vec{E}$ είναι η κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται ένα θετικό δοκιμαστικό φορτίο όταν τοποθετείται μέσα στο πεδίο (Εικόνα H1.10). Σημειώστε ότι $\vec{E}$ είναι το πεδίο που παράγει ένα φορτίο ή μια κατανομή φορτίου και όχι το ίδιο το δοκιμαστικό φορτίο. Επίσης, σημειώστε ότι η ύπαρξη ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι ιδιότητα της πηγής του: δηλαδή, το πεδίο υφίσταται ανεξάρτητα της παρουσίας του δοκιμαστικού φορτίου. Το δοκιμαστικό φορτίο μας επιτρέπει να ανιχνεύσουμε το ηλεκτρικό πεδίο: σε ένα σημείο του χώρου υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο, αν σε ένα δοκιμαστικό φορτίο που βρίσκεται εκεί ασκείται ηλεκτρική δύναμη.

Αναδιατάσσοντας τους όρους της Εξίσωσης H1.7 παίρνουμε:

³Όταν χρησιμοποιούμε την Εξίσωση H1.7, πρέπει να κάνουμε την παραδοχή ότι το δοκιμαστικό φορτίο q_0 είναι τόσο μικρό ώστε δεν διαταράσσει την κατανομή φορτίων που προκαλεί το ηλεκτρικό πεδίο. Αν το δοκιμαστικό φορτίο δεν είναι αμελητέο, θα ανακαταναείμι το φορτίο στη μεταλλική σφαίρα και το ηλεκτρικό πεδίο που θα προκύψει θα διαφέρει από εκείνο που θα δημιουργούσε παρουσία του πολύ μικρότερου δοκιμαστικού φορτίου.



Με την άδεια του Johnny Auléry

Αυτή η εντυπωσιακή φωτογραφία δείχνει μια αστραπή να χτυπά ένα δένδρο κοντά σε αγροτικές κατοικίες. Οι αστραπές είναι συνυφασμένες με πολύ ισχυρά ηλεκτρικά πεδία στην ατμόσφαιρα.

Αποφυγή παγίδων Η1.1

Μόνο σωματίδια

Η Εξίσωση Η1.8 ισχύει μόνο για σωματίδιο με φορτίο q , δηλαδή για ένα σώμα μηδενικού (αμελητέου) μεγέθους. Για φορτισμένο σώμα πεπερασμένου μεγέθους που βρίσκεται σε ηλεκτρικό πεδίο, το πεδίο μπορεί να μην έχει ίδιο μέτρο και κατεύθυνση σε όλη την έκταση του σώματος, άρα η αντίστοιχη εξίσωση για τη δύναμη μπορεί να είναι πιο σύνθετη.

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

(H1.8)

Αυτή η εξίσωση μας δίνει τη δύναμη που ασκείται σε ένα φορτισμένο σωματίδιο q που βρίσκεται σε ένα ηλεκτρικό πεδίο. Αν το q είναι θετικό, τα διανύσματα της δύναμης και του πεδίου είναι ομόρροπα. Αν το q είναι αρνητικό, τα διανύσματα της δύναμης και του πεδίου είναι αντίρροπα. Παρατηρήστε την ομοιότητα μεταξύ της Εξίσωσης Η1.8 και της αντίστοιχης εξίσωσης για ένα υλικό σώμα που βρίσκεται σε ένα βαρυτικό πεδίο, $\vec{F}_g = m\vec{g}$ (Ενότητα Μ5.5). Αν γνωρίζουμε το μέτρο και την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο, τότε η Εξίσωση Η1.8 μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την ηλεκτρική δύναμη σε οποιοδήποτε φορτισμένο σωματίδιο που βρίσκεται σε εκείνο το σημείο.

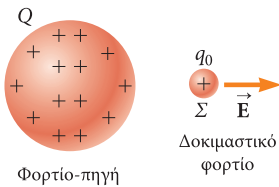
Για να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση ενός ηλεκτρικού πεδίου, ας θεωρήσουμε ένα σημειακό φορτίο-πηγή q . Αυτό το φορτίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο σε όλα τα σημεία του περιβάλλοντος χώρου. Στο σημείο Σ τοποθετείται δοκιμαστικό φορτίο q_0 , σε απόσταση r από το φορτίο-πηγή (Δυναμική Εικόνα Η1.11α). Θα χρησιμοποιήσουμε το δοκιμαστικό φορτίο για να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης, και άρα και εκείνη του ηλεκτρικού πεδίου. Σύμφωνα με τον νόμο του Coulomb, η δύναμη που ασκεί το q στο δοκιμαστικό φορτίο είναι ίση με

$$\vec{F}_e = k_e \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}$$

όπου $\hat{r}$ μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το q προς το q_0 . Στη Δυναμική Εικόνα Η1.11α, η δύναμη αυτή δείχνει μακριά από το φορτίο-πηγή q . Καθώς το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο Σ , δηλαδή στη θέση του δοκιμαστικού φορτίου, ορίζεται από τον τύπο $\vec{E} = \vec{F}_e / q_0$, το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το q στο Σ είναι

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

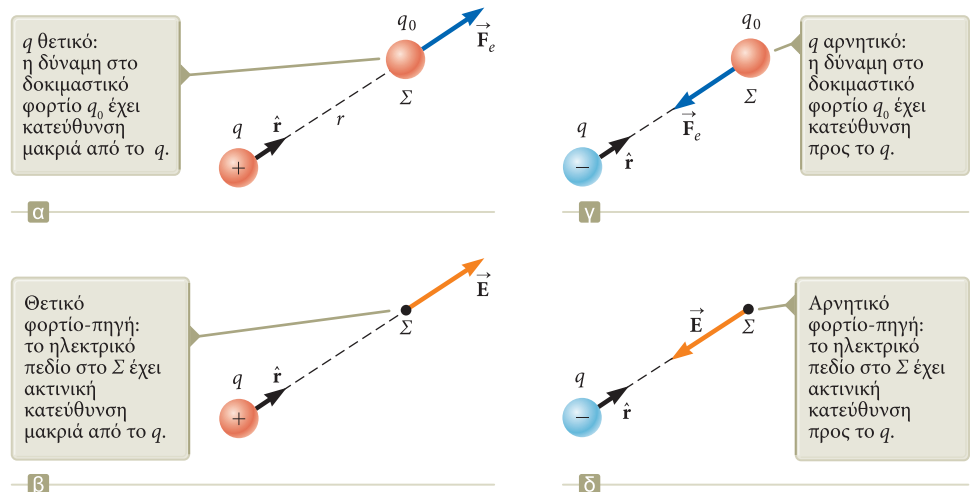
(H1.9)



Εικόνα Η1.10 Μικρό δοκιμαστικό φορτίο q_0 που τοποθετείται στο σημείο Σ κοντά σε σώμα με πολύ μεγαλύτερο θετικό φορτίο Q δέχεται την επίδραση ενός ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$, το οποίο προκαλεί το φορτίο-πηγή Q στο σημείο Σ . Θα θεωρούμε πάντα ότι το δοκιμαστικό φορτίο είναι τόσο μικρό ώστε το πεδίο του φορτίου-πηγής δεν επηρεάζεται από την παρουσία του.

Αν το φορτίο-πηγή q είναι θετικό, τότε αν αφαιρεθεί το δοκιμαστικό φορτίο (Δυναμική Εικόνα Η1.11β), το φορτίο-πηγή θα δημιουργήσει ηλεκτρικό πεδίο στο Σ , με κατεύθυνση μακριά από το q . Αν το q είναι αρνητικό (Δυναμική Εικόνα Η1.11γ), τότε η δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο έχει κατεύθυνση προς το φορτίο-πηγή, επομένως το ηλεκτρικό πεδίο στο Σ έχει κατεύθυνση προς το φορτίο-πηγή (Δυναμική Εικόνα Η1.11δ).

Για να υπολογίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί ένα σύνολο σημειακών φορτίων σε ένα σημείο Σ , υπολογίζουμε με την Εξίσωση Η1.9 τα διανύσματα των επιμέρους ηλεκτρικών πεδίων στο Σ και έπειτα τα προσθέτουμε διανυσματικά. Με άλλα λόγια, το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο το οποίο δημιουργεί μια ομάδα φορτίων-πηγών



ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ Η1.11

(α), (γ) Όταν ένα δοκιμαστικό φορτίο q_0 τοποθετείται κοντά σε φορτίο-πηγή q , το δοκιμαστικό φορτίο δέχεται δύναμη. (β), (δ) Σε ένα σημείο Σ κοντά σε ένα φορτίο-πηγή q , υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.

σε οποιοδήποτε σημείο Σ ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των ηλεκτρικών πεδίων όλων των φορτίων. Αυτή η αρχή της υπέρθεσης που εφαρμόζεται στα πεδία προκύπτει απευθείας από τη διανυσματική πρόσθεση των ηλεκτρικών δυνάμεων. Άρα, το ηλεκτρικό πεδίο που προκαλεί μια ομάδα φορτίων-πηγών σε ένα σημείο Σ εκφράζεται ως το διανυσματικό άθροισμα

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i \quad (\text{H1.10})$$

όπου r_i η απόσταση από το i -οστό φορτίο-πηγή q_i προς το σημείο Σ και $\hat{r}_i$ το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το q_i προς το Σ .

Στο Παράδειγμα H1.5, θα διερευνήσουμε το ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται σε δύο φορτία, χρησιμοποιώντας την αρχή της υπέρθεσης. Στο δεύτερο μέρος του παραδείγματος θα επικεντρωθούμε στο **ηλεκτρικό δίπολο**, το οποίο ορίζεται ως ένα θετικό φορτίο q και ένα αρνητικό φορτίο $-q$ που απέχουν μεταξύ τους $2a$. Το ηλεκτρικό δίπολο αποτελεί καλό μοντέλο για πολλά μόρια, όπως αυτό του υδροχλωρικού οξέος (HCl). Τα ουδέτερα άτομα και μόρια όταν βρίσκονται σε ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο συμπεριφέρονται ως δίπολα. Επίσης, πολλά μόρια, όπως αυτό του HCl, είναι μόνιμα δίπολα. Στο Κεφάλαιο H4 θα εξετάσουμε την επίδραση τέτοιων διπόλων στη συμπεριφορά υλικών που βρίσκονται σε ηλεκτρικά πεδία.

◀ **Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από πεπερασμένο πλήθος σημειακών φορτίων**

Πρόχειρο διαγώνισμα H1.4 Δοκιμαστικό φορτίο $+3 \mu\text{C}$ βρίσκεται σε ένα σημείο Σ , όπου υπάρχει εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο $4 \times 10^6 \text{ N/C}$. Αν αυτό το δοκιμαστικό φορτίο αντικατασταθεί από άλλο δοκιμαστικό φορτίο $-3 \mu\text{C}$, τι θα συμβεί στο εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο στο Σ ; (α) Δεν θα επηρεαστεί. (β) Θα αντιστραφεί. (γ) Θα αλλάξει με τρόπο που δεν είναι δυνατό να προσδιοριστεί.

Παράδειγμα H1.5

Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν δύο φορτία

Τα φορτία q_1 και q_2 βρίσκονται στον άξονα x , σε αποστάσεις a και b , αντίστοιχα, από την αρχή των αξόνων (Εικόνα H1.12).

(Α) Βρείτε τις συνιστώσες του ολικού ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Σ , με συντεταγμένες $(0, y)$.

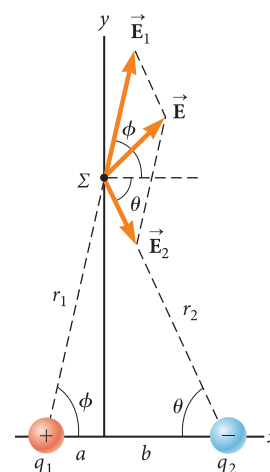
ΛΥΣΗ

Μοντελοποίηση Συγκρίνετε το παράδειγμα αυτό με το Παράδειγμα H1.2. Σε εκείνο, προσθέσαμε τα διανύσματα των δυνάμεων για να βρούμε τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται ένα φορτισμένο σωματίδιο. Εδώ, θα προσθέσουμε τα διανύσματα των ηλεκτρικών πεδίων για να βρούμε το ολικό ηλεκτρικό πεδίο σε ένα σημείο του χώρου.

Κατηγοριοποίηση Έχουμε δύο φορτία-πηγές και θέλουμε να βρούμε το ολικό ηλεκτρικό πεδίο, άρα θα εντάξουμε το παράδειγμα σε αυτά όπου μπορούμε να εκμεταλλευτούμε την αρχή της υπέρθεσης, όπως αυτή περιγράφεται από την Εξίσωση H1.10.

Ανάλυση Βρείτε το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο q_1 στο σημείο Σ :

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2}$$



Εικόνα H1.12 (Παράδειγμα H1.5) Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ στο Σ είναι ίσο με το διανυσματικό άθροισμα $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, όπου $\vec{E}_1$ είναι το πεδίο που προκαλεί το θετικό φορτίο q_1 και $\vec{E}_2$ είναι το πεδίο που προκαλεί το αρνητικό φορτίο q_2 .

H1.5 συν.

Βρείτε το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το φορτίο q_2 στο Σ :

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2}$$

Εκφράστε το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου κάθε φορτίου σε μορφή μοναδιαίου διανύσματος:

$$\vec{E}_1 = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \cos \phi \hat{i} + k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \sin \phi \hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \cos \theta \hat{i} - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \sin \theta \hat{j}$$

Γράψτε τις συνιστώσες του διανύσματος του ολικού ηλεκτρικού πεδίου:

$$(1) \quad E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \cos \phi + k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \cos \theta$$

$$(2) \quad E_y = E_{1y} + E_{2y} = k_e \frac{|q_1|}{a^2 + y^2} \sin \phi - k_e \frac{|q_2|}{b^2 + y^2} \sin \theta$$

(B) Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο στο Σ στην ειδική περίπτωση που $|q_1| = |q_2|$ και $a = b$.

ΛΥΣΗ

Μοντελοποίηση Η ειδική αυτή περίπτωση παρουσιάζεται στην Εικόνα H1.13. Παρατηρήστε τη συμμετρία και το γεγονός ότι η κατανομή των φορτίων έχει πλέον τη μορφή ηλεκτρικού διπόλου.

Κατηγοριοποίηση Επειδή η περίπτωση της Εικόνας H1.13 είναι ειδική περίπτωση της γενικότερης που φαίνεται στην Εικόνα H1.12, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το αποτέλεσμα του μέρους (A) και να αντικαταστήσουμε σε αυτό τις κατάλληλες τιμές στις μεταβλητές.

Ανάλυση Βάσει της συμμετρίας της Εικόνας H1.13, υπολογίστε τις Εξισώσεις (1) και (2) από το μέρος (A) με $a = b$, $|q_1| = |q_2| = q$, και $\phi = \theta$:

$$(3) \quad E_x = k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos \theta + k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos \theta = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \cos \theta$$

$$E_y = k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \sin \theta - k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \sin \theta = 0$$

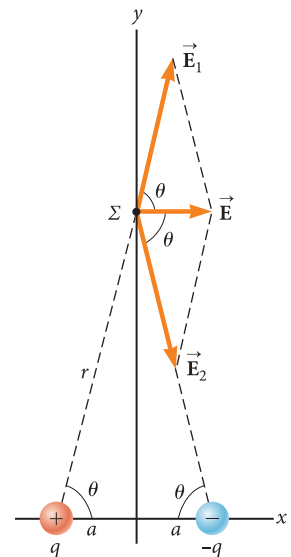
Από τη γεωμετρία της Εικόνας H1.13, υπολογίστε το $\cos \theta$:

$$(4) \quad \cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}}$$

Αντικαταστήστε την Εξίσωση (4) στην (3):

$$E_x = 2k_e \frac{q}{a^2 + y^2} \frac{a}{(a^2 + y^2)^{1/2}} = k_e \frac{2aq}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

(Γ) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται στο ηλεκτρικό δίπολο όταν το σημείο Σ είναι σε απόσταση $y \gg a$ από την αρχή των αξόνων.



Εικόνα H1.13 (Παράδειγμα H1.5) Όταν τα φορτία της Εικόνας H1.12 έχουν ίσες τιμές και ισαπέχουν από την αρχή των αξόνων, δημιουργούνται συνθήκες συμμετρίας, όπως φαίνεται εδώ.

H1.5 συν.

ΛΥΣΗ

Στη λύση του μέρους (B), επειδή $y \gg a$, θεωρήστε αμελητέα την ποσότητα a^2 σε σχέση με την y^2 και γράψτε την παράσταση για το E ως εξής:

$$(5) \quad E \approx k_e \frac{2aq}{y^3}$$

Ολοκλήρωση Από την Εξίσωση (5), διαπιστώνουμε ότι σε σημεία που βρίσκονται μακριά από το δίπολο, κατά μήκος της διαμέσου της ευθείας που συνδέει τα δύο φορτία, το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το δίπολο μεταβάλλεται ανάλογα του $1/r^3$, ενώ το πιο αργά μεταβαλλόμενο πεδίο ενός σημειακού φορτίου μεταβάλλεται ανάλογα του $1/r^2$ (δείτε Εξ. H1.9). Αυτό συμβαίνει επειδή σε απομακρυσμένα σημεία τα πεδία των δύο φορτίων, τα οποία έχουν την ίδια τιμή και αντίθετο πρόσημο, πρακτικά αλληλοαναιρούνται. Η μεταβολή του E ανάλογα με την ποσότητα $1/r^3$ για την περίπτωση του διπόλου ισχύει και για οποιοδήποτε απομακρυσμένο σημείο του άξονα x , αλλά και για οποιοδήποτε απομακρυσμένο σημείο γενικότερα.

H1.5 Ηλεκτρικό πεδίο συνεχούς κατανομής φορτίων

Συχνά, οι αποστάσεις μεταξύ των φορτίων μιας ομάδας από φορτία είναι πολύ μικρότερες από την απόσταση μεταξύ αυτής της ομάδας και του σημείου στο οποίο πρέπει να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο. Σε αυτές τις περιπτώσεις, μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το σύστημα φορτίων ως συνεχές. Το σύστημα των φορτίων που βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους ισοδυναμεί με ένα συνολικό φορτίο συνεχώς κατανομημένο σε μια ευθεία, μια επιφάνεια ή έναν όγκο.

Για να διαμορφώσουμε τη διαδικασία υπολογισμού του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί μια συνεχής κατανομή φορτίου, χρησιμοποιούμε την παρακάτω διαδικασία. Αρχικά, διαιρούμε την κατανομή φορτίου σε μικρά στοιχεία, καθένα από τα οποία περιέχει ένα μικρό φορτίο Δq (Εικόνα H1.14). Στη συνέχεια, χρησιμοποιούμε την Εξίσωση H1.9 για να υπολογίσουμε το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί ένα από αυτά τα στοιχεία σε ένα σημείο Σ . Τέλος, υπολογίζουμε το ολικό ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί η κατανομή φορτίου στο Σ , αθροίζοντας τις συνεισφορές όλων των φορτισμένων στοιχείων (δηλαδή, εφαρμόζοντας την αρχή της υπέρθεσης).

Στο σημείο Σ , το ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται σε ένα στοιχείο με φορτίο Δq είναι

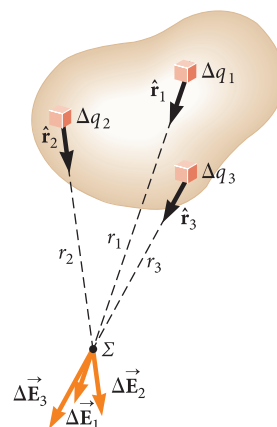
$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}$$

όπου r η απόσταση από το φορτισμένο στοιχείο έως το Σ και $\hat{r}$ το μοναδιαίο διάνυσμα με κατεύθυνση από το στοιχείο προς το Σ . Το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο, που οφείλεται σε όλα τα στοιχεία της κατανομής φορτίου, στο σημείο Σ είναι κατά προσέγγιση ίσο με

$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

όπου ο δείκτης i αναφέρεται στο i -οστό στοιχείο της κατανομής. Επειδή η κατανομή φορτίου έχει μοντελοποιηθεί ως συνεχής, το συνολικό πεδίο στο Σ όταν $\Delta q_i \rightarrow 0$ είναι

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad (\text{H1.11})$$



Εικόνα H1.14 Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί μια συνεχής κατανομή φορτίου σε ένα σημείο Σ είναι το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων $\Delta \vec{E}_i$ που δημιουργούν όλα τα στοιχεία Δq_i της κατανομής φορτίου. Εδώ φαίνονται τρία στοιχειώδη φορτία.

◀ **Ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από συνεχή κατανομή φορτίου**